

---

# Arquitectura escenogràfica i geometria

---

LLUÍS VILLANUEVA I BARTRINA

## Piràmide visual i perspectiva

Quan mirem una forma tridimensional des d'un punt fix, els raigs visuals que s'adrecen a cada punt de l'objecte generen una piràmide, el vèrtex de la qual és el punt des d'on la mirem. Es tracta de l'anomenada *piràmide visual*. En realitat, la contemplació, sense moure el cap, d'un objecte immòbil dóna lloc a dues piràmides visuals, una per a cada ull. Quan l'objecte és molt pròxim a l'observador, allò que veu un ull resulta perceptiblement diferent d'allò que veu l'altre i aleshores en resulta la denominada *disparitat*, la qual, però, s'afebleix a mesura que l'observador s'allunya de l'objecte. Quan l'objecte és relativament allunyat, la diferència entre les dues piràmides visuals comportada per la visió binocular esdevé negligible, raó per la qual podem considerar una sola piràmide. Això equival a suposar que tots dos ulls es fonen en un de sol, anomenat *punt de vista*, hipòtesi que fonamenta la perspectiva cònica.

Si partim d'aquesta simplificació, és a dir, si considerem que a l'observador li correspon un punt de vista únic, l'acció de mirar el prisma **P** des del punt de vista **V** origina la piràmide visual indicada a la fig. 1\*, en la qual es considera que l'observador mira a través de la finestra situada a la paret **C**, una paret que per simplificar suposarem sense gruix. Si es considera (fig. 2) que a la finestra hi ha un vidre coincident amb el pla **C** i es determinen els punts d'intersecció de les arestes de la piràmide visual amb el vidre, l'adequada unió dels punts obtindrà sobre el vidre una imatge plana, que és la *perspectiva cònica* de l'objecte en el pla **C**, denominat *pla del quadre*. D'aquesta manera conceptualment senzilla s'obté

---

\* Tots els dibuixos i fotografies són del mateix autor d'aquest treball, excepte les figs. 6, 26 i 43, que tenen les procedències següents:

Fig. 6: GREGORY, Richard L. *Ojo y cerebro. Psicología de la visión*. Madrid: Guadarrama, 1965, p. 178.

Figs. 26 i 43: BLAKE, Jeremy. *La "falsa prospettiva" in Italian Renaissance Architecture*. Boston: Oriel, 1982.

una representació plana d'una forma tridimensional, l'aspecte de la qual manté una relació estreta amb la imatge visual percebuda per l'espectador quan mira l'objecte des del punt en qüestió.

La geometria permet dibuixar la perspectiva de qualsevol forma tridimensional prèviament definida, des del punt de vista i amb el pla del quadre que es vulguin, mitjançant una sèrie de traçats propis de la denominada *perspectiva lineal*. El seu fonament conceptual és el que hem descrit i que podríem resumir amb l'afirmació que *la perspectiva cònica d'un objecte és la secció que produeix el pla del quadre en la piràmide visual*<sup>1</sup>. Tot i això, els mètodes operatius per dibuixar perspectives es basen en consideracions projectives que encara permeten simplificar els processos que serien necessaris per obtenir la secció plana de la piràmide visual, a partir de la determinació, un per un, dels punts d'intersecció de cadascuna de les arestes amb el pla del quadre.

Es desprèn de tot això que la perspectiva de qualsevol objecte conegut queda definida quan es fixen el punt de vista i el pla del quadre, ja que l'objecte i el punt de vista determinen la piràmide visual, mentre que el pla del quadre defineix inequívocament la secció plana, és a dir, la perspectiva.

### Ambigüitat de la perspectiva

Al contrari, el fet de disposar de la perspectiva i de conèixer el punt de vista que l'ha originat no és suficient per definir l'objecte tridimensional. Efectivament, considerem (fig. 3) el conjunt format pel punt de vista **V** i pel pla del quadre **C**, amb la perspectiva que conté, col·locats en la mateixa posició proposada a la fig. 1. Ambdós elements, el punt **V** i la perspectiva, determinen perfectament les arestes de la piràmide visual, però no és coneguda la posició que ocupa cada vèrtex a l'aresta, de manera que qualsevol forma, com ara la **R**, que tingui els seus vèrtexs en punts de l'aresta corresponent de la piràmide visual, s'ajusta a la perspectiva en qüestió. En resulta que hi ha infinites formes tridimensionals que tenen la mateixa perspectiva que el prisma de la fig. 1. A la fig. 4 hi ha dibuixats dos possibles volums, **S** i **T**, que satisfan la condició.

Aquest fenomen, conegut com a *ambigüitat de la simple projecció*, és característic de totes les projeccions, tant de les còniques com de les cilíndriques, i obliga a tenir informació complementària per aconseguir que, un cop representada una

---

<sup>1</sup> El concepte de perspectiva com a secció plana de la piràmide visual fou enunciat per Leon Battista Alberti (1404-1472) a *De pictura* (1435): «Qual cosa se così è quanto dissi, adunque chi mira una pittura vede certa intersegazione d'una piramide. Sarà adunque pittura non altro che intersegazione della piramide visiva [...]» (ALBERTI, L.B. *De pictura*. Edició a cura de Cecil Grayson. Bari: Laterza, 1973, p. 28) [«Si és tal com he dit, el qui mira una pintura veu una determinada secció d'una piràmide. La pintura, doncs, no serà altra cosa que intersecció de la piràmide visual»].

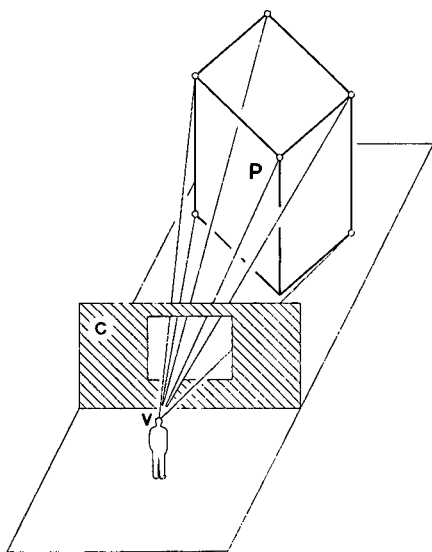


Fig. 1

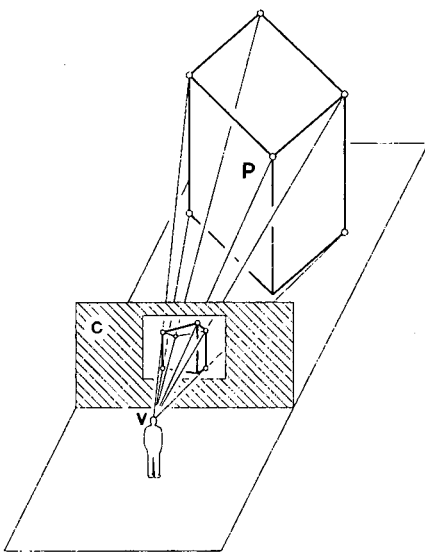


Fig. 2

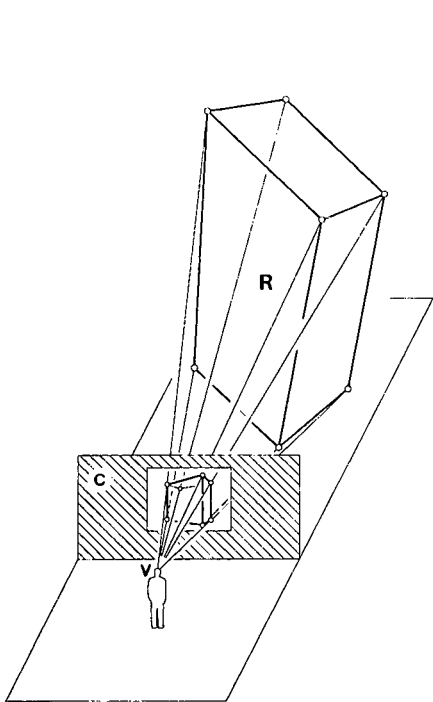


Fig. 3

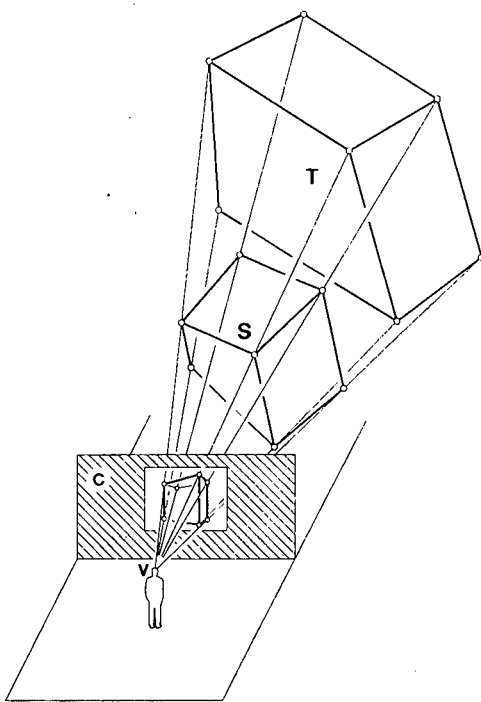


Fig. 4

forma tridimensional sobre un pla, sigui possible *restituir-la*, és a dir, deduir-ne sense ambigüitats la forma a partir de la seva projecció. Això dóna lloc als anomenats *sistemes de representació*, en els quals no sols es poden representar les formes espacials sobre una superfície plana, sinó que les formes representades queden perfectament determinades a partir de les seves projeccions, tot establint-se una *correspondència biunívoca*<sup>2</sup> entre forma i representació. A més, s'hi poden resoldre els problemes geomètrics de generació tridimensional amb recursos bidimensionals.

A tall d'exemple, el sistema dièdric resol l'ambigüitat fent servir dues projeccions complementàries, la planta i l'alçat. Una de les possibilitats del sistema cònic -al qual correspon l'obtenció de perspectives- per resoldre l'ambigüitat consisteix a dibuixar, a més de la perspectiva de la forma en qüestió, la perspectiva d'una projecció d'aquesta forma en un pla auxiliar, generalment horitzontal i coincident amb el terra, anomenat *pla geomètral*. No obstant això, com que el sistema cònic s'utilitza majoritàriament per representar de manera perceptiva formes tridimensionals prèviament definides, els processos de restitució es reserven a casos molt específics. Per això, l'aplicació més habitual del sistema cònic es concreta en el dibuix de perspectives.

El tema de l'ambigüitat de la perspectiva cònica es, de fet, una conseqüència de l'ambigüitat de la visió monocular. Hem dit que la visió binocular proporciona dues imatges de cada objecte, tant més dispars com més pròxim de l'objecte es trobi l'observador. Aquesta circumstància és fonamental per percebre profunditats, ja que el cervell interpreta la disparitat de les imatges en termes de profunditat. Per tal d'adonar-nos de la merma que experimentem en la capacitat de discernir profunditats, n'hi ha prou que ens tapem un ull i que mirem formes del nostre entorn pròxim. La riquesa perceptiva proporcionada per la visió binocular es va reduint a mesura que augmenta la distància, de manera que, amb els objectes llunyans, la diferència desapareix pràcticament del tot<sup>3</sup>.

En la visió monocular, l'ambigüitat de la projecció cònica, concretada en la imatge retiniana, pot ocasionar errors d'apreciació quan no hi ha referències complementàries de l'objecte observat. Com que les grandàries aparents dels objectes són percebudes en relació inversa a la distància del punt d'observació (a doble distància, meitat de grandària aparent), un objecte determinat pot ser interpretat més gran del que és i situat més lluny, o a l'inrevés, més petit i més pròxim.

---

<sup>2</sup> Correspondència biunívoca és la que existeix entre dos conjunts de manera que a cada element del primer li correspon inequívocament un element del segon i a cadascun del segon li correspon, sense ambigüitat, un del primer.

<sup>3</sup> A més de la disparitat, la visió binocular proporciona una altra informació important sobre profunditats, basada en la *convergència* de les visuals adreçades per cada ull al punt observat. Els globus oculars giren més o menys segons que el punt estigui a prop o lluny i actuen com un telèmetre que transmet la informació al cervell. Cf. GREGORY, Richard L. *Ojo y cerebro. Psicología de la visión*. Madrid: Guadarrama, 1965, p. 49-60.

L'estudi dels fenòmens perceptius relacionats amb aquest fet van dur el psicòleg americà Adalbert Ames a experiments com el de la *cambra deformada*, també coneguda per *cambra d'Ames*, el principi de la qual és interessant per al desenvolupament del tema que ens ocupa.

## La cambra d'Ames

Es tracta d'una estança tancada, visible amb un sol ull (per tal d'evitar la doble informació que donaria la visió binocular) a través d'un orifici practicat en una de les parets. Eventualment, l'experiment es pot dur a terme col·locant una cambra de vídeo a l'orifici, tot mirant l'interior de la cambra mitjançant una pantalla (una situació que equival a la visió monocular). L'observador percep la imatge d'un ambient rectangular completament normal, mentre que, en realitat, és una habitació deformada amb el criteri que tots els seus elements resultin disposats a les mateixes arestes de la piràmide visual que generaria una cambra rectangular vista des d'aquell orifici.

A la part inferior de la fig. 5 es mostra la planta de la cambra deformada, amb el seu perímetre **abcd** obtingut a partir d'una hipotètica habitació rectangular **ab'c'd** que, quan és vista des de l'orifici **v**, produeix una piràmide de la qual hem dibuixat l'aresta **vb'**. Les parets **ab'** i **b'c'** han estat substituïdes per les parets **ab** i **bc**, raó per la qual, si mirem des del punt **v**, la piràmide visual esdevé la mateixa per a totes dues habitacions, la real i la fictícia o virtual. L'observador, habituat al fet que les habitacions generalment tenen forma rectangular, es pensa que veu una estança rectangular. L'artifici es pot completar amb el traçat d'un paviment que a l'habitació virtual tindria peces quadrades iguals, mentre que el de l'habitació real té les peces irregulars i diferents entre si, com apareix a la figura. S'hi poden afegir franges a la manera d'arrambadors, quadrilàters que simulin finestres, etc, sempre amb la condició que siguin convenientment deformats per tal d'acomplir la condició de correspondre a la mateixa piràmide visual que els elements de l'habitació virtual.

Fins aquí, l'experiment no tindria cap més finalitat que la de constatar que l'observador resulta enganyat en la percepció de l'espai interior proposat. Però la introducció de dues persones de la mateixa estatura en l'habitació proporciona tot el seu interès a l'experiment perceptiu. Una persona es col·loca al racó **a** i l'altra al **b**. L'espectador queda desconcertat per les grandàries aparents d'ambdues persones (fig. 6), perquè la restitució mental que fa de l'espai percebut atribueix a les arestes verticals **a** i **b** la mateixa longitud, de manera que la persona situada a **b** sembla molt més gran que no pas la situada a **a**. A causa de l'ambigüitat de la imatge percebuda, la persona **b** sembla situada molt més lluny d'on realment es troba, de manera que, a la grandària visual que presenta, li corresponen unes dimensions gegantines<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>Cf. GREGORY, Richard L. *op. cit.*, p. 178-181.

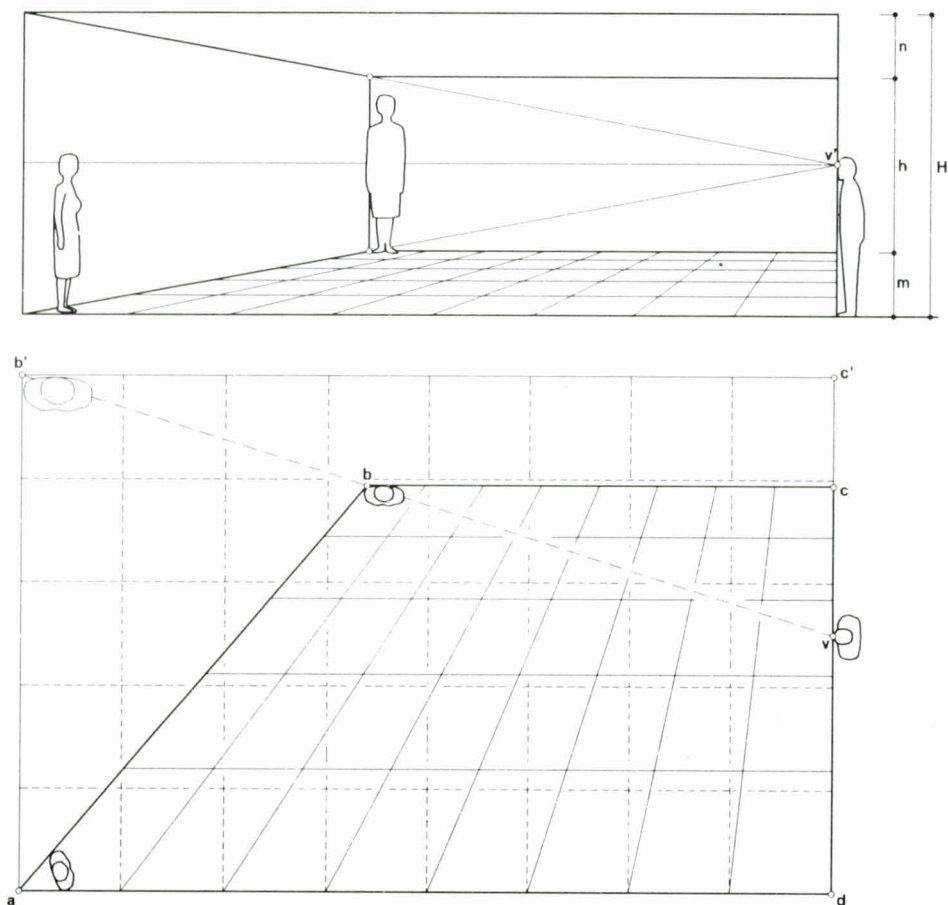
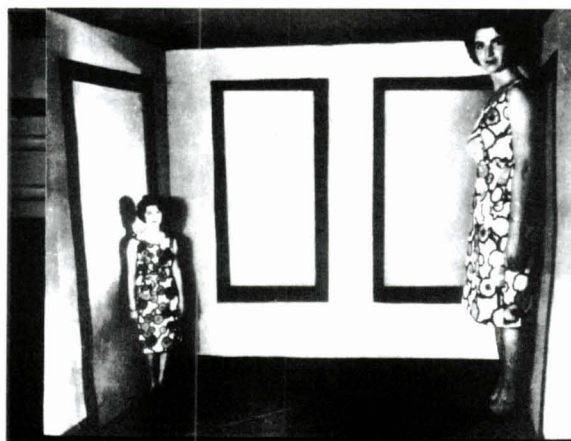


Fig. 5



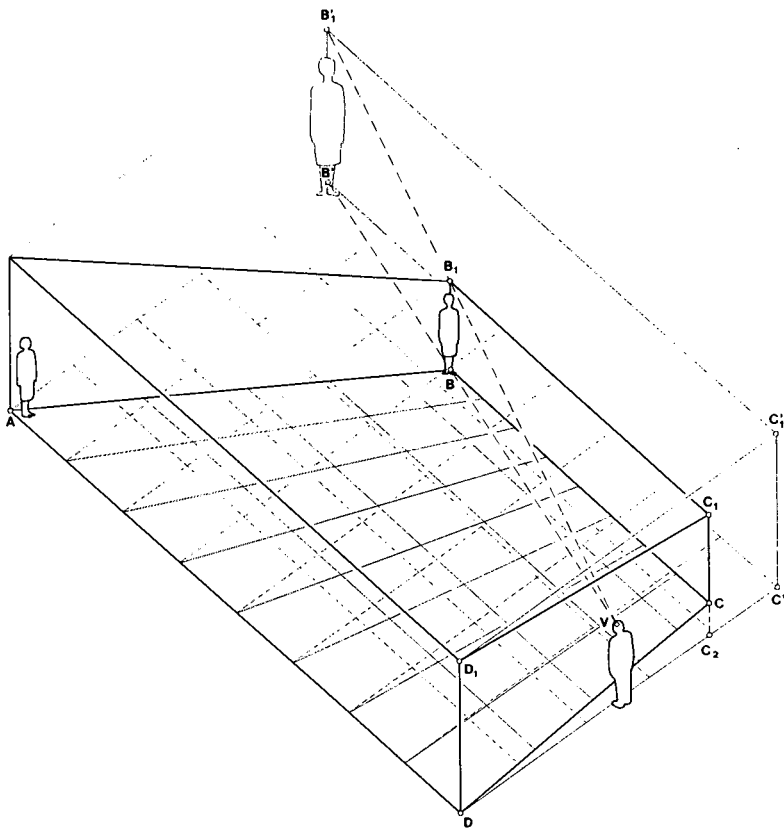


Fig. 7

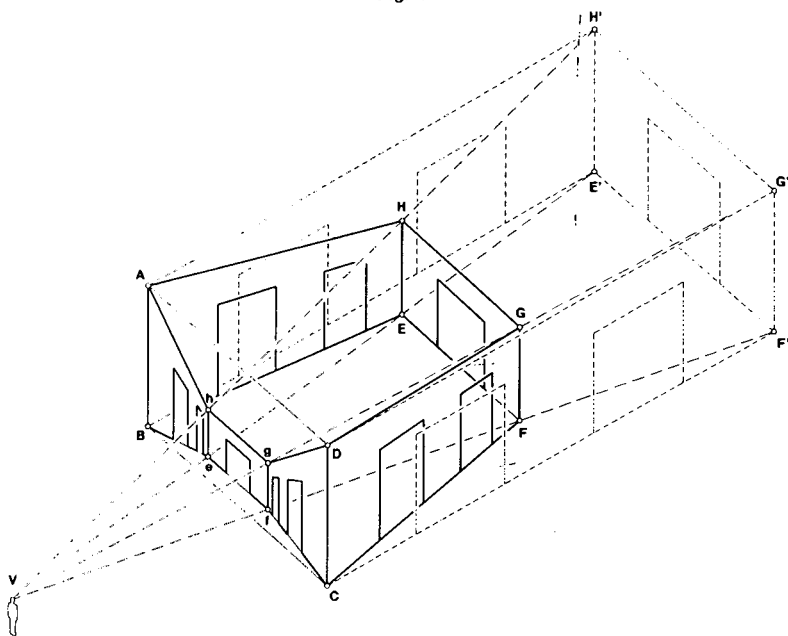


Fig. 8

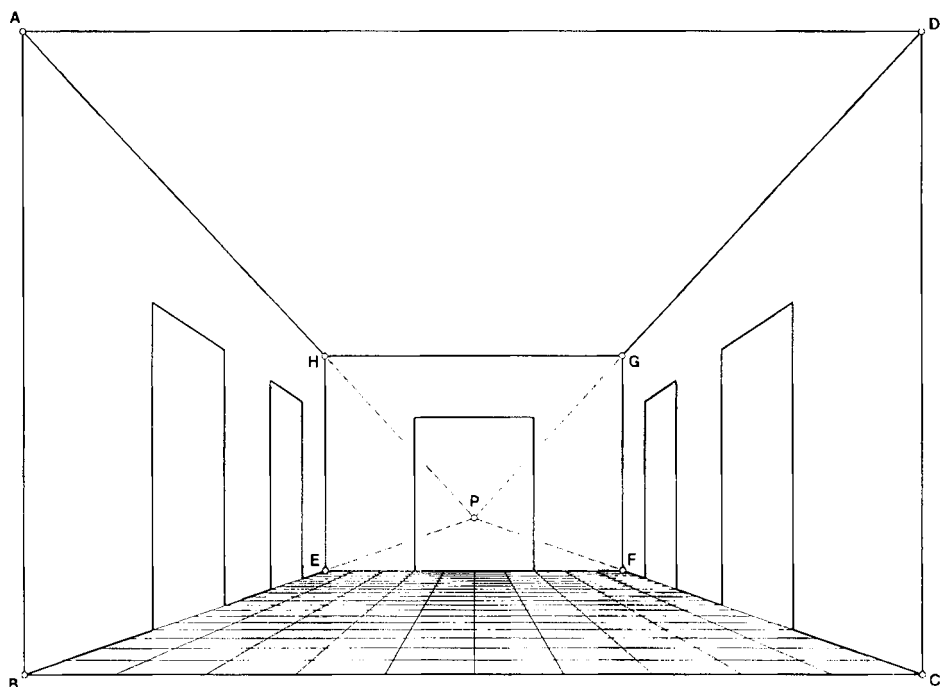


Fig. 9

Les característiques de la cambra deformatada també es poden veure a l'axonomètria de la fig. 7, on s'aprecia que el paviment i el sostre no són horitzontals, de manera que l'aresta horitzontal **BC** és més alta que la **AD**, mentre que l'aresta **B,C<sub>1</sub>** és més baixa que el sostre virtual. L'aresta vertical **C<sub>1</sub>C** es projecta ortogonalment a **C<sub>2</sub>**. A l'alçat de la fig. 5 s'indiquen les longituds verticals: **H** correspon a les arestes **a i d**, i **h** a les arestes **b i c**, essent **m** el desnivell entre els costats oposats del paviment i **n** el desnivell del sostre.

## Perspectiva escenogràfica

El principi de l'ambigüïtat de la visió monocular es pot fer extensiu a la visió real binocular quan la distància entre l'objecte i l'observador és considerable, ja que la separació entre els dos ulls, uns 6 o 7 cm, és massa petita perquè la disparitat entre les imatges retinianes resulti significativa. És el cas d'un espectador situat al centre del pati de butaques d'un teatre en relació a l'escenari, en el qual les profunditats dels elements que s'hi disposen són percebudes fonamentalment per la seva relació amb la mateixa escenografia. Això permet que els escenògrafs, tot ajustant-se a les dimensions reals de l'escenari, disposin els elements deformats convenientment per tal que l'espectador pensi que es troba davant d'un espai escènic notablement més gran que no pas el real. Per dissenyar una determinada escenografia, es considera un punt del centre del pati de butaques,



on se suposa que hi ha l'observador de referència. A mesura que el punt real d'observació s'allunya del supòsit, l'efecte perceptiu de l'escenografia és menys eficaç. Així i tot, els resultats són prou satisfactoris per a una bona part de les localitats, com podrem comprovar.

Per desenvolupar els principis geomètrics que fonamenten la perspectiva escenogràfica, també utilitzada en aplicacions diferents al teatre -de les quals més endavant comentarem dos notables exemples arquitectònics-, proposem un supòsit genèric no específicament teatral, concretat en l'axonometria de la fig. 8. Es tracta d'aconseguir que l'observador situat en el punt de vista **V** percebi a través del rectangle **ABCD** un espai equivalent a una sala rectangular de planta **BCF'E'**, materialitzat en un espai real de fondària molt més petita, aproximadament la meitat. Als paraments laterals i del fons de la sala, s'hi consideren rectangles a la manera de portes. A causa de l'ambigüitat esmentada abans, en teoria hi ha una infinitat de solucions, supeditades a la condició que s'ajustin a les arestes de la piràmide visual definida pel punt **V** i pels punts de la sala virtual, el fons de la qual és el rectangle **E'F'G'H'**.

Per evitar complicacions innecessàries, la solució més lògica de totes és la que disposa el fons real **EFGH** paral·lel al fons virtual, tot obtenint un paviment **BCFE** en forma de trapezi, amb pendent cap a l'observador, i un sostre **ADGH** també trapezial però amb pendent invers. Les tres parets que tanquen l'espai són verticals, d'entre les quals les laterals resulten trapezials i la del fons rectangular. El resultat coincideix, fonamentalment, amb el que seria l'escenografia teatral d'una sala en el supòsit que l'espai disponible correspongués a les dimensions de l'escenari i permetria als actors de moure-s'hi lliurement.

Si concretem en termes de perspectiva allò que veu l'observador, podem considerar que es pren l'embocadura **ABCD** com a pla del quadre, amb el resultat expressat a la figura, essent el rectangle **efgh** la perspectiva de la paret del fons. La perspectiva obtinguda, ho és alhora de l'espai virtual i de l'espai real, cosa que confirma l'eficàcia del resultat. A la fig. 9 hi ha dibuixada la perspectiva, a la qual s'ha afegit un paviment de peces quadrades i iguals referides al terra fictici, que es converteixen en peces irregulars i diferents al paviment real. Això es pot comprovar tot comparant la fig. 10 amb la fig. 11, axonometries de la sala virtual i de la sala real, respectivament. En el segon cas, veiem que les prolongacions de les arestes corresponents a la profunditat es tallen en un punt **K**, de manera que el volum real és un tronc de piràmide amb vèrtex a **K**, mentre que el volum virtual és un ortòedre, es a dir, un prisma d'arestes i de cares perpendiculars entre si.

Sorgeix una interessant relació entre la perspectiva plana de l'espai (la del real o la del virtual, indistintament, ja que totes dues coincideixen) i el volum corresponent a l'espai real, perquè a tots dos casos es produeix la concurrència en un punt de les línies de profunditat. A la perspectiva (fig. 9) es tracta del punt de fuga **P** de les rectes perpendiculars al quadre, denominat *punt principal*. El significat geomètric del punt de fuga d'una recta i de les seves paral·leles és el de *perspec-*

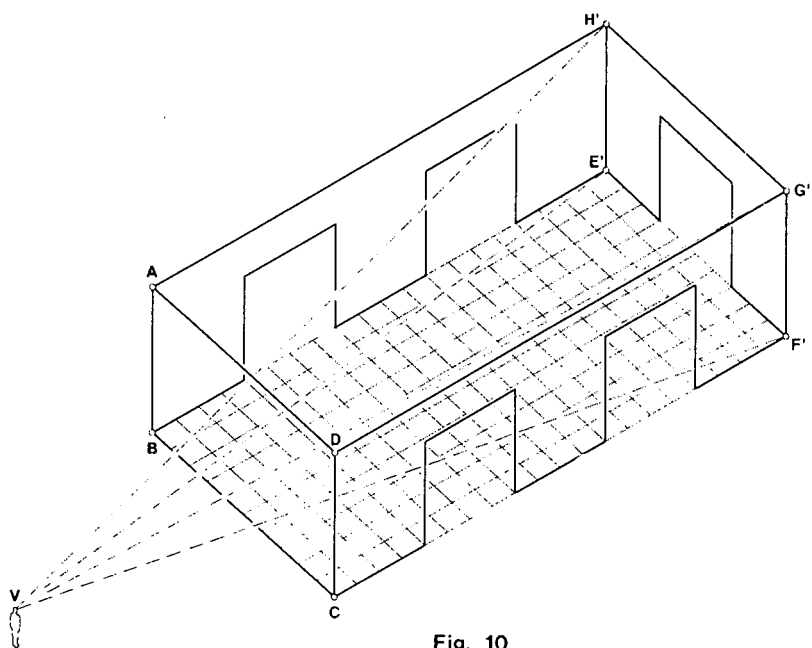


Fig. 10

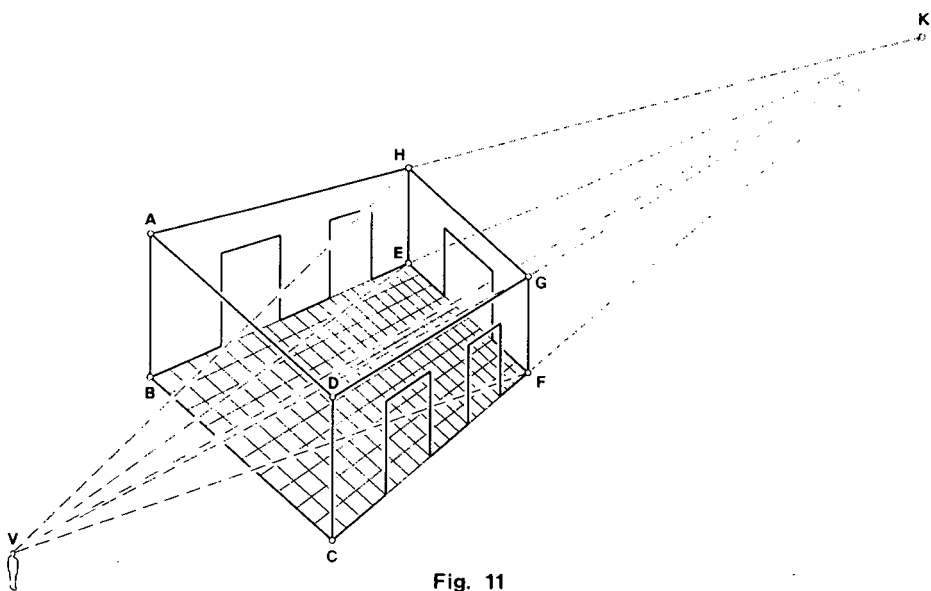


Fig. 11

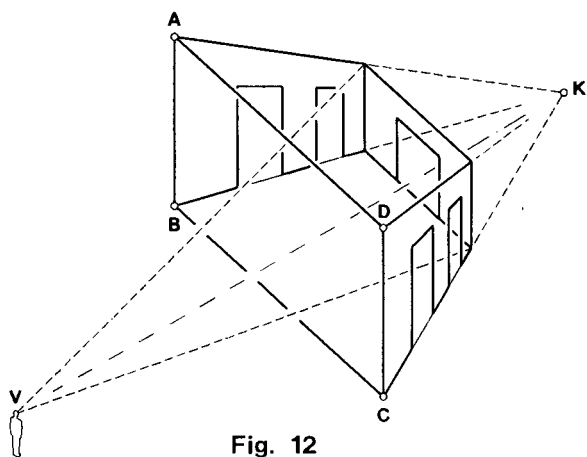


Fig. 12

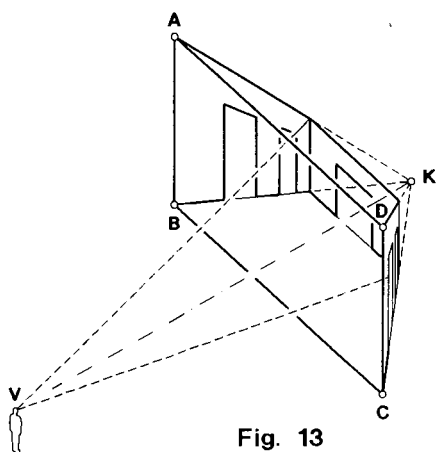


Fig. 13

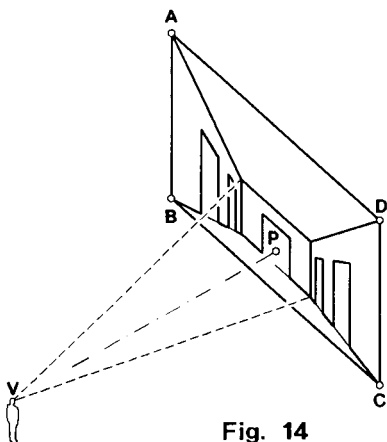


Fig. 14

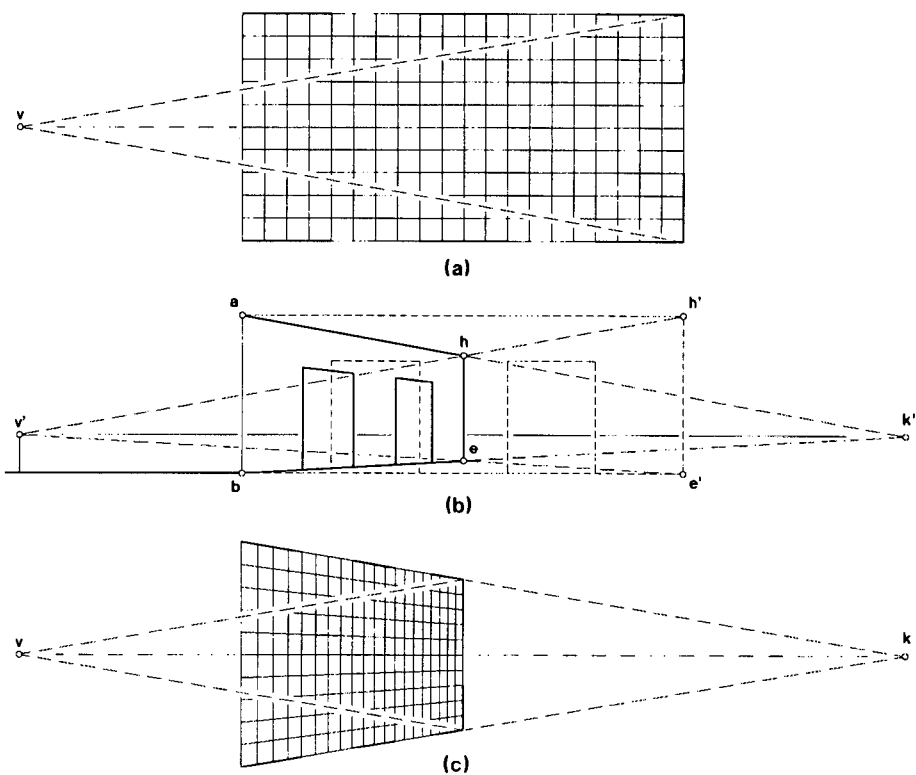


Fig. 15

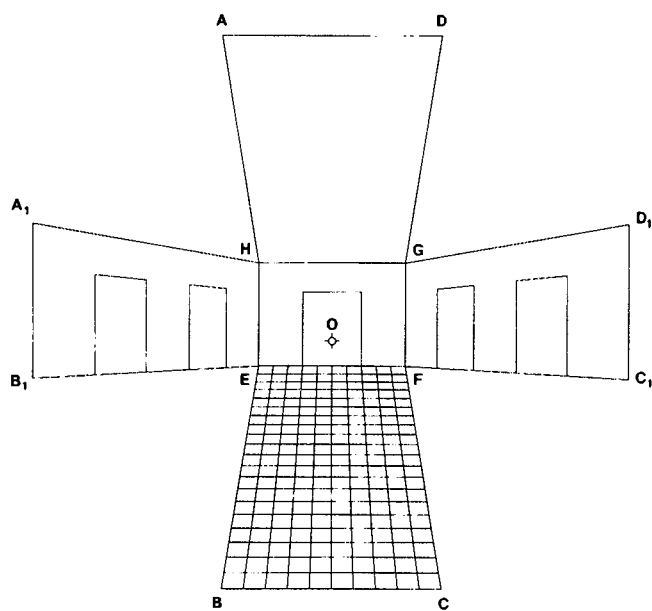


Fig. 16

*tiva del punt de l'infinit* d'aquestes rectes, anomenat *punt impropri* de l'esmentada direcció. En el volum real (fig. 11), el punt de concurrència de les prolongacions de les arestes **AH**, **BE**, **CF** i **DG** és **K**, que correspon al punt impropri de les arestes perpendiculars al pla **ABCD** de la sala fictícia.

El volum real resulta una figura tridimensional deformada respecte al volum fictici, segons lleis geomètriques íntimament relacionades amb les de la perspectiva. Com veurem, realment es tracta de propietats geomètriques comunes a ambdues, que permeten considerar la perspectiva plana com un cas particular del general: aquell cas en el qual la forma real ha reduït la seva profunditat al valor zero, de manera que el volum es converteix en una figura plana, és a dir en una perspectiva.

A la conclusió precedent, també s'hi arriba per un raonament intuïtiu que, com a primera aproximació, pot resultar útil. Si a la fig. 11 admetem que el punt de vista **V** i l'embocadura **ABCD** romanen immòbils, però cal reduir la profunditat del volum que té forma de tronc de piràmide perquè es disposa de menys espai, resultarà necessari avançar el fons **EFGH**, apropant-lo al rectangle **ABCD**, tal com mostra la fig. 12, en la qual es respecta la relació amb les arestes de la piràmide visual. D'aquesta manera es reduirà el paviment i haurà augmentat el seu pendent, però l'efecte perceptiu des del punt **V** continuarà essent el mateix. Dit d'una altra manera, la perspectiva del volum reduït serà la mateixa que la del precedent i alhora que la del virtual.

Aquest procés de reducció de la profunditat del tronc de piràmide pot continuar, amb un resultat com el de la fig. 13, fins a quedar reduït a zero tot obtenint la figura plana de la fig. 14, que no és altra que la perspectiva de la fig. 9. Al llarg de tot el procés, el punt **K** s'ha anat aproximant al pla **ABCD** fins arribar a estar-hi contingut. En el cas d'aplicació a l'escenografia teatral, és clar que la profunditat del paviment ha d'acomplir unes condicions mínimes d'accessibilitat per als actors, de manera que una proposta com la de la fig. 13 no seria vàlida degut a la poca fondària. Però no hi ha dubte que una solució com la de la fig. 11 permet una posta en escena versemblant, amb una profunditat molt menor que la forma virtual de la fig. 10.

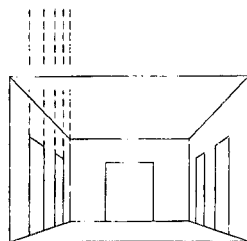
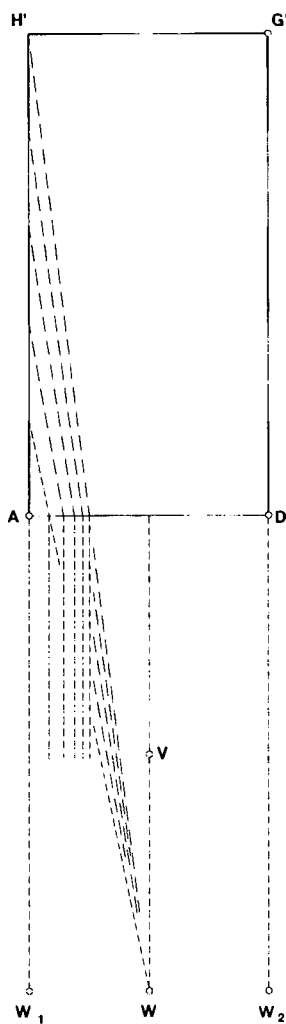
Centrant l'anàlisi en la proposta de la fig. 11, la determinació de la veritable forma de les seves parts es fa a partir de la representació dièdrica del volum resultant, tal com mostra la fig. 15. A la part superior **(a)** hi ha dibuixada la planta rectangular de l'espai virtual i a la inferior **(c)** la planta trapezial del tronc de piràmide real. Al centre **(b)**, en relació dièdrica amb les dues plantes, s'ha dibuixat amb traç discontinu l'alçat de l'espai fictici i amb traç continu l'alçat de l'espai real, on es comproven les diferents longituds de les arestes verticals **ba** i **eh** segons la seva posició en profunditat, com també la de les portes laterals. La prolongació de les arestes de profunditat **ah** i **be** dona lloc a la concurrència en el punt assenyalat **k** en planta i **k'** en alçat, que és el vèrtex de la piràmide truncada pel pla de la paret del fons **eh** i que genera el volum en qüestió.

Arran de les dades mètriques que es dedueixen de la representació dièdrica, a la fig. 16 s'ha dibuixat el desenvolupament de les parets, del paviment i del sostre del tronc de piràmide, amb els elements mostrats en la seva veritable forma, disposada a la manera d'un retallable. Si ampliéssim la figura a una grandària suficient i la traslladéssim a una cartolina, podríem construir una maqueta senzilla de l'escenari resultant. N'hi hauria prou de retallar el perímetre, doblegar per les arestes **EF**, **FG**, **GH** i **HE**, tot fent coincidir les arestes **HA** amb **HA<sub>1</sub>**, **EB** amb **EB<sub>1</sub>**, etc, i deixant unes pestanyes al larg de les línies **AH**, **EB**, **FC** i **GD** per tal de poder-les enganxar. Un cop construïda la maqueta, la seva contemplació monocular des del punt de vista adient -deduïble de la distància que a la fig. 15 separa **v'** de l'embocadura **ab**- produirà la sensació de veure l'espai fictici de planta rectangular.

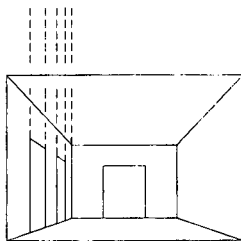
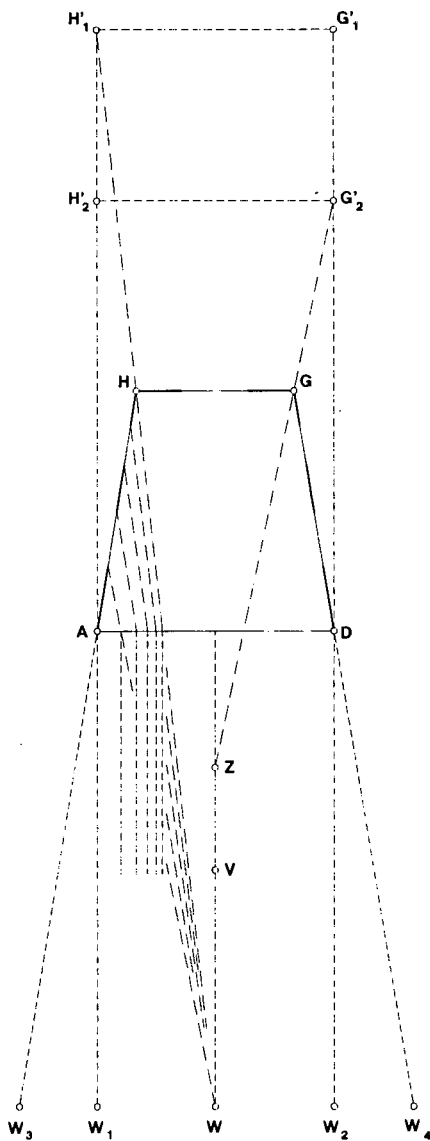
### Variacions perceptives en moure el punt de vista

Tot el procés exposat justifica l'eficàcia de la substitució d'un volum teòric per un altre de real i menys profund, sempre que la contemplació es faci des del punt proposat, ja que únicament des d'aquest punt es reproduïx *la mateixa piràmide visual* que resultaria de mirar el volum virtual. En les aplicacions teatrals, aquest supòsit es dona, com a màxim, per a un únic espectador i la major o menor versemblança de la sensació visual depèn, com s'ha dit, de la posició del punt d'observació. Per tal d'avaluar les variacions perceptives experimentades en modificar el punt de vista, a continuació es proposa la comparació dels resultats obtinguts en dos supòsits. En el primer (fig. 17), es considera que el punt de vista conserva l'altura i es manté en el pla de simetria del conjunt, però s'allunya de l'embocadura **AD** fins a la posició **W**, tot duplicant la seva distància respecte al punt **V** considerat fins ara. En el segon supòsit (fig 18), es manté l'altura i la distància del punt de vista a l'embocadura, però es desplaça lateralment fins a la posició **Y**. En ambdós casos deduirem les perspectives corresponents al volum virtual de planta rectangular **ADG'H'** i al volum real de planta trapezoidal **ADGH**, tot considerant el pla del quadre en la posició **AD**. Finalment compararem els resultats.

A la part esquerra (**a**) de la fig. 17 es mostra un esquema de l'aspecte que oferiria l'espai rectangular virtual des de **W**, amb indicació, a la planta superior, de les visuals adreçades als elements de la paret esquerra i la seva correlació amb la perspectiva. A la part dreta (**b**) s'hi ha dibuixat el resultat corresponent al volum real deformat. En aquest segon cas, com que l'observador suposa que veu un espai rectangular, interpreta que les arestes posteriors **H** i **G** estan situades a **H'**, i **G'**, respectivament, de manera que rep la sensació que l'espai real és més profund que no pas el virtual **ADG'H'** del dibuix (**a**). Inversament, tot i que no s'ha dibuixat la perspectiva resultant, si a (**b**) el punt de vista es col·loca a **Z**, entre **V** i l'embocadura, la sensació perceptiva és la d'un espai **ADG'<sub>2</sub>H'<sub>2</sub>**, menys profund que el virtual. La mobilitat del punt de vista en el cas (**a**) per tal que es vegin les



(a)



(b)

Fig. 17

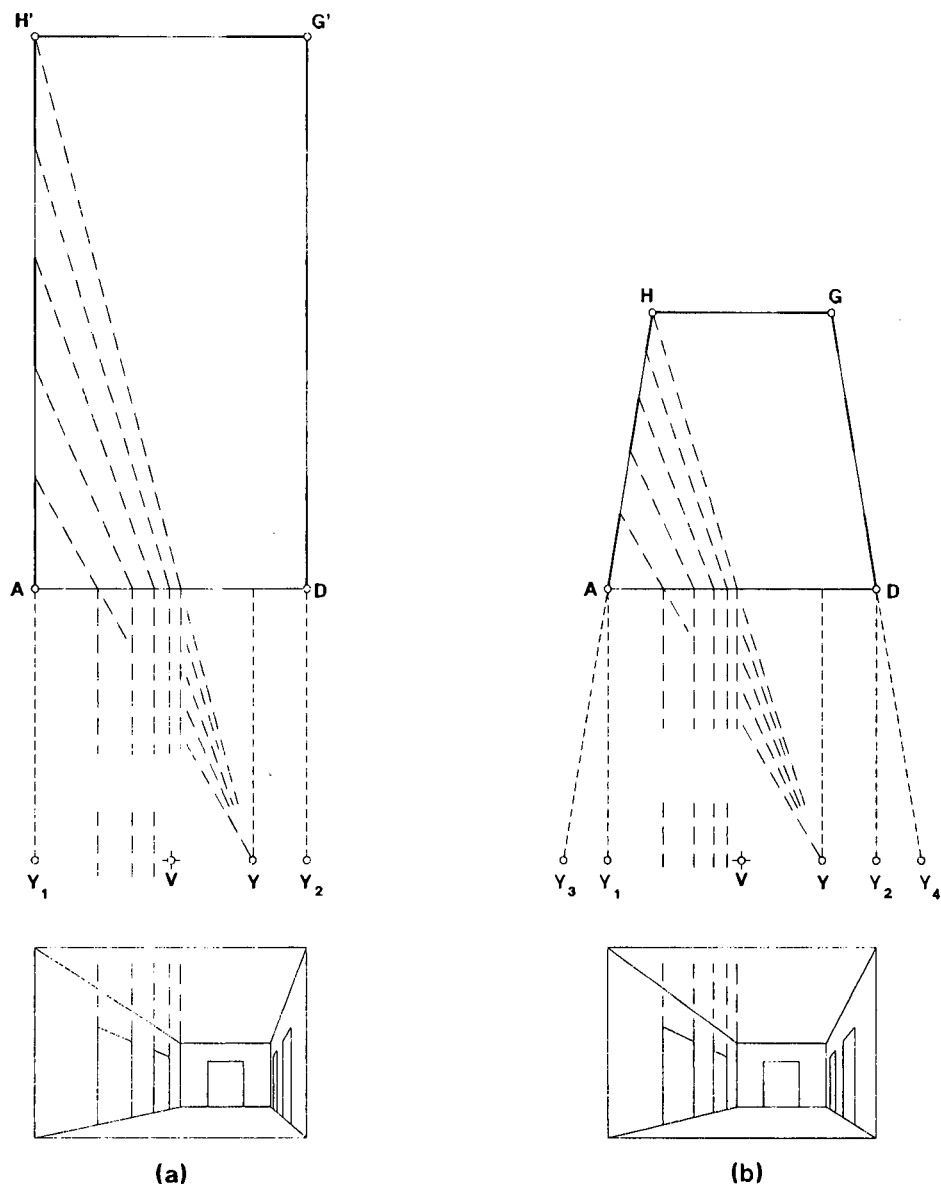


Fig. 18

tres parets, mantenint la distància a  $AD$ , queda limitada pels punts  $W_1$  i  $W_2$ , mentre que en el cas (b) és més gran (entre els límits  $W_3$  i  $W_4$ ), degut a la forma convergent de les parets  $AH$  i  $GD$ . Resulta, doncs, que, per a una distància determinada, a la proposta (b) hi ha més possibilitats que no pas a la (a) per situar el punt de vista de manera que siguin visibles totes tres parets.



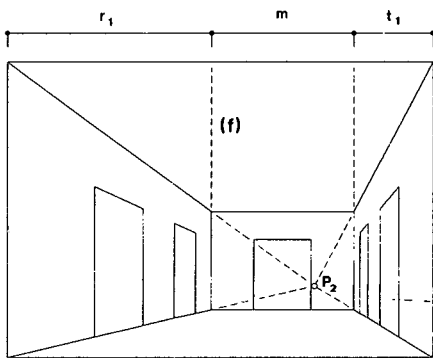
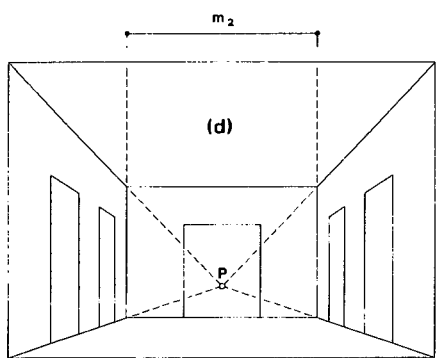
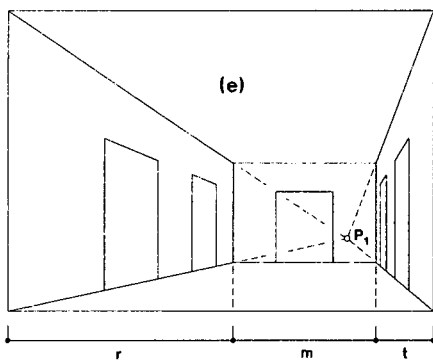
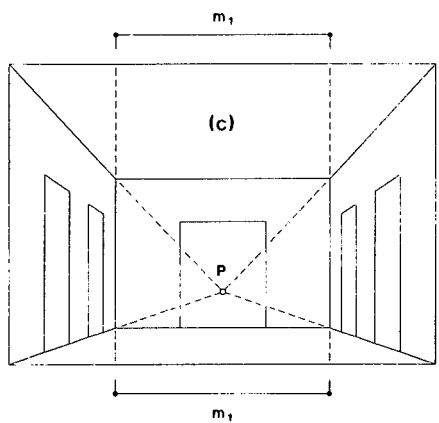
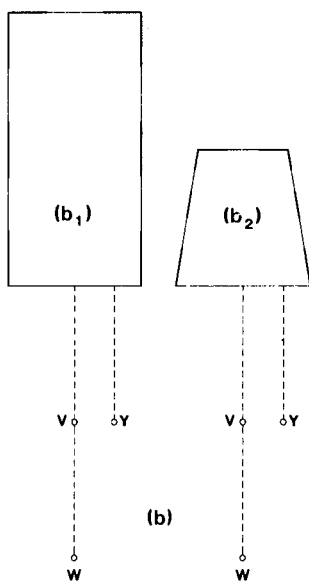
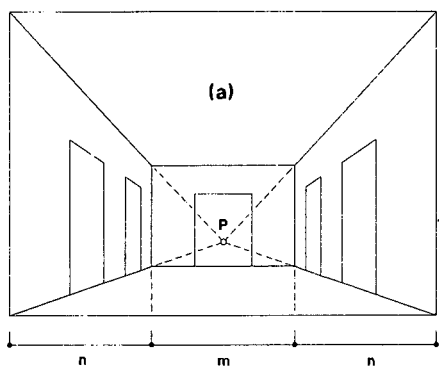


Fig. 19

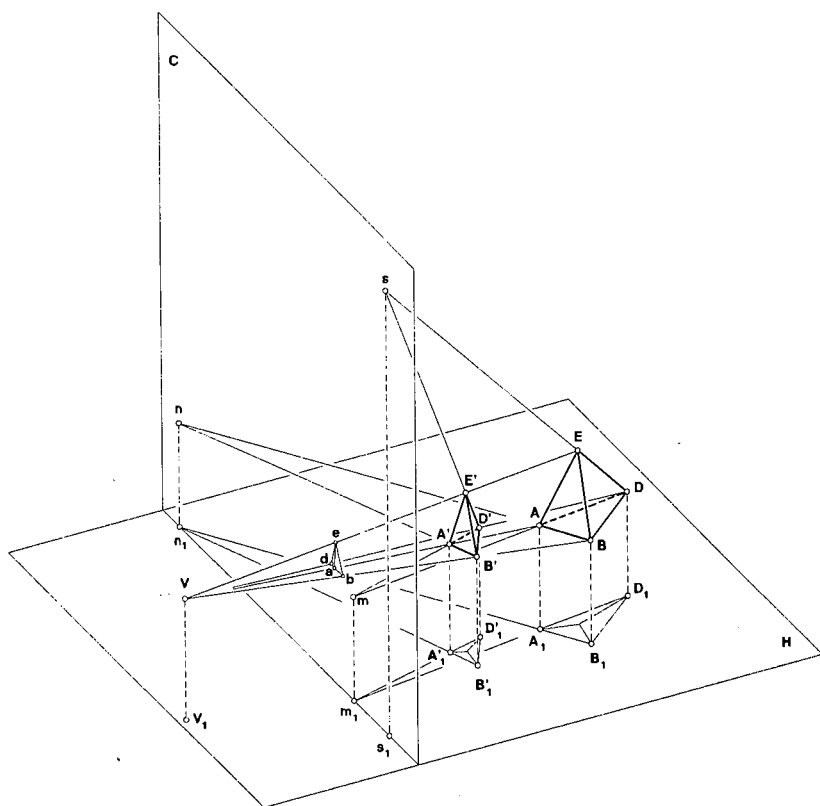


Fig. 20

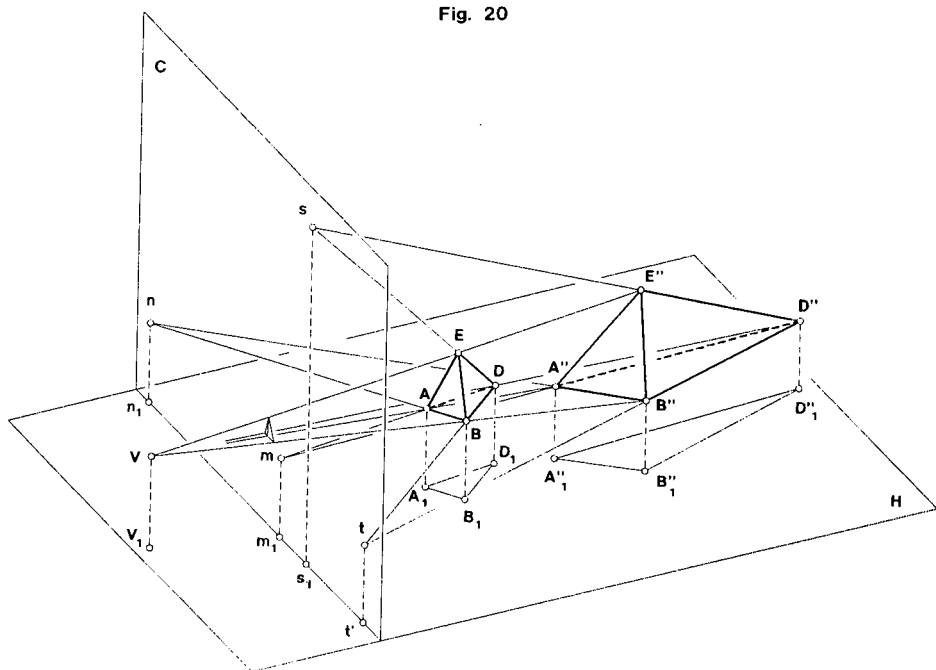


Fig. 21

A la fig. 18, anàlogament, s'hi veuen les perspectives dels volums virtual i real des del punt **Y**, situat a la mateixa distància de l'embocadura que **V**, però desplaçat cap a la dreta. A **(a)**, la mobilitat del punt de vista, per tal que es puguin veure les tres parets de l'espai proposat, està condicionada pels límits **Y<sub>1</sub>** i **Y<sub>2</sub>**, mentre que, a **(b)**, la mobilitat és més gran i vé definida pels límits **Y<sub>3</sub>** i **Y<sub>4</sub>**.

La fig. 19 permet de comparar els resultats obtinguts, dibuixats de manera que l'embocadura té la mateixa dimensió en tots tres casos, per tal de facilitar-ne l'avaluació. A **(a)**, s'hi han reproduït les línies fonamentals de la perspectiva inicial dibuixada a la fig. 9, corresponent tant a l'espai fictici com al real, vistos des del punt **V**. A **(b)**, hi ha els esquemes de les posicions en planta dels tres punts de vista proposats, amb l'espai virtual a l'esquerra **(b<sub>1</sub>)** i el real a la dreta **(b<sub>2</sub>)**. A **(c)**, hi ha la perspectiva de l'espai fictici vist des de **W** i, a **(d)**, la de l'espai real des del mateix punt, tal com s'ha obtingut a la fig. 17. Finalment, a **(e)** i **(f)**, s'hi han dibuixat les perspectives de l'espai virtual i del real des del punt **Y**, tal com es dedueix de la fig. 18. Comparant les figures **(a)**, **(c)** i **(d)**, a la primera la paret del fons és percebuda de menor grandària aparent que no les altres dues, ja que **m** és menor que **m<sub>1</sub>** i que **m<sub>2</sub>**. Comparant **(a)**, **(e)** i **(f)**, a tots tres casos la paret del fons es veu de la mateixa grandària aparent, corresponent a l'amplada **m**, mentre que varien les amplades aparents de les parets laterals, segons els valors **n**, **r**, **t**, **r<sub>1</sub>** i **t<sub>1</sub>**.

Naturalment, les hipòtesis de posició del punt de vista es podrien multiplicar, però les comparacions exposades són suficients per comprovar que l'espai real de la planta trapezoidal respon bé a variacions importants del punt de vista i proporciona uns resultats **(a)**, **(d)** i **(f)** totalment versemblants. Això palesa la seva eficàcia a efectes escenogràfics, els quals, com hem dit abans, no són pas d'exclusiva aplicació teatral.

### Un concepte geomètric: l'homologia

Des de consideracions geomètriques, els dos volums proposats a la fig. 8, el tronc de piràmide **ABCDEFGH** i l'ortòedre **ABCDE'F'G'H'**, que hem anomenat real i virtual o fictici, respectivament, es denominen genèricament *figures* i estan vinculades per una correspondència que s'anomena *homologia a l'espai*, de manera que cada figura és *homòloga* de l'altra, segons una correspondència biunívoca. Aquesta relació és estudiada per la geometria projectiva i es caracteritza per dues propietats. La primera és que tot punt de cada figura està alineat amb el seu homòleg de l'altra mitjançant una recta que passa per un punt fix de l'espai, denominat *centre d'homologia*. Al nostre cas, cada parella de punts homòlegs (**E** i **E'**, **F** i **F'**, etc.) estan alineats segons rectes concurrents al punt **V**, que és el centre d'homologia. La segona propietat és que cada recta d'una figura talla la seva homòloga de l'altra en un punt situat en un pla denominat *pla central*. A l'exemple, el pla central coincideix amb el rectangle **ABCD**, ja que les arestes homòlogues **AH** i **AH'**, **BE** i **BE'**, etc, es tallen en punts d'aquest pla. Per tant, els punts del pla central són homòlegs d'ells mateixos, raó per la qual s'anomenen

*punts dobles* i el pla central també és conegut com a *pla doble*.

En comentar la fig. 11, hem vist que el punt **K** correspon al punt impropri de la direcció perpendicular al pla **ABCD**, és a dir, la que expressa profunditat. Els punts com ara **K**, que es corresponen amb un punt impropri de la forma virtual, s'anomenen *punts límit* i estan continguts en un pla denominat *pla límit*, paral·lel al pla central, que no hem representat a la figura.

Si se sap que dues figures són homòlogues i es coneixen el centre d'homologia i el pla central, n'hi ha prou de tenir una de les figures i un punt de l'altra per deduir-la totalment. Per exemple, a la fig. 8, partint de la figura virtual, del punt **V** com a centre d'homologia i del pla de l'embocadura **ABCD** com a pla central, només cal fixar un punt de la figura real per tal de deduir-la totalment. Totes les formes proposades a les figs. 11, 12 i 13 són homòlogues de la forma virtual originària. Cadascuna d'elles és deduïble de la fictícia si es defineix un punt de la paret posterior, generalment en funció de la profunditat disponible.

A la fig. 20, proposem la generalització de l'homologia espacial amb un exemple geomètric consistent en la piràmide **ABDE**, essent **V** el centre d'homologia, **C** el pla central i **A'** el punt homòleg d'**A**. Amb aquestes dades, es tracta d'obtenir la forma homòloga de la piràmide. Es tracen les rectes que passen per **V** i per cada vèrtex de la piràmide; cadascuna d'aquestes rectes contindrà un vèrtex de la forma buscada. Es prolonga **BA** fins que talla **C** a **n** i es traça **nA'** fins a **B'**. Tot prolongant **AD** fins a tallar **C** a **m**, es dibuixa **mA'** fins a **D'**. Amb això, queda determinada la base **A'B'D'**. Prolongant **DE** fins que talli **C** a **s**, es traça **sD'**, que permet obtenir el vèrtex **E'** de la piràmide resultant. Totes les rectes concurrents al punt **V** tallen el pla **C** en els punts **a**, **b**, **d** i **e**, els quals, degudament units, donen lloc a la perspectiva cònica de les dues piràmides, essent **V** el punt de vista i **C** el pla del quadre. A l'exemple, el punt **A'** és situat entre **V** i **A**, de manera que la piràmide resultant és menor que la inicial.

La fig. 21 mostra una variant, en la qual **A''** és a la prolongació de **VA**, de manera que el resultat que s'obté és la piràmide **A''B''D''E''** homòloga de la inicial, més gran i més allunyada de **V**. En aquest cas, la perspectiva des de **V** en el pla **C** també coincideix amb la de les anteriors, perquè comparteix amb elles la piràmide visual de vèrtex **V** i el quadre **C**.

Si es pren un pla de projecció perpendicular a **C**, com ara el pla horitzontal **H**, la projecció ortogonal de les tres figures considerades a les figs. 20 i 21 dona lloc a les corresponents formes planes, que resulten vinculades (fig. 22) per una relació d'*homologia entre figures coplanàries* contingudes en el pla **H**. Les dues propietats que la caracteritzen són equivalents a les de l'homologia espacial. Primerament, els punts homòlegs com ara **A**, **A'** i **A''** estan alineats segons rectes concurrents en **V**, centre de l'homologia. En segon lloc, les línies homòlogues com ara **AB**, **A'B'** i **A''B''** es tallen en un punt **N** de la recta **R**, denominada *eix d'homologia*, coincident amb la intersecció dels plans **C** i **H** de les figs. 20 i 21.

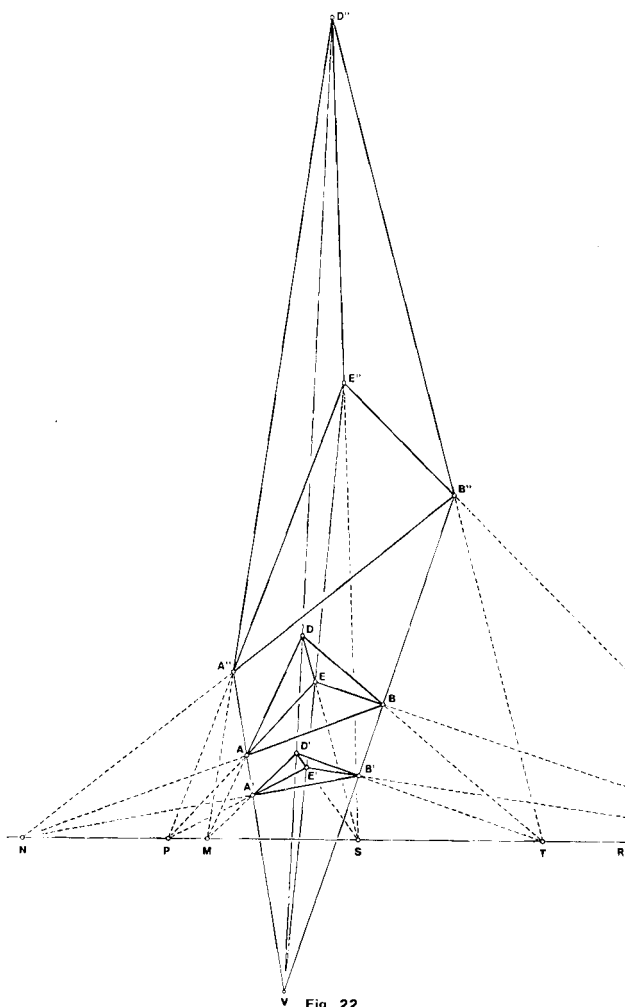


Fig. 22

La geometria projectiva estudia els fonaments conceptuals de les projeccions, entre els quals s'ha de comptar l'homologia. Històricament, es podria considerar que els seus inicis se situen al Renaixement italià amb les aplicacions de la projecció cònica per construir perspectives. Però fins al segle XVII no es varen enunciar les bases teòriques de la geometria projectiva, gràcies a les aportacions del matemàtic, arquitecte i enginyer Gérard Desargues (1593-1661), l'obra del qual, tanmateix, va caure en l'oblit. El redescobriment de la geometria projectiva no es va produir fins als treballs de Jean-Victor Poncelet (1788-1867), autor del *Traité des propriétés projectives des figures*, una obra publicada el 1822 i que aleshores significà veritablement la creació d'aquesta branca de la ciència geomètrica.

En conseqüència, els arquitectes renaixentistes i barrocs que dissenyaren els nombrosos exemples d'arquitectura escenogràfica conservats no tenien els coneixements específics de la geometria projectiva, raó per la qual qualsevol estudi geomètric d'aquelles obres haurà de ser tothora conscient de l'esmentada

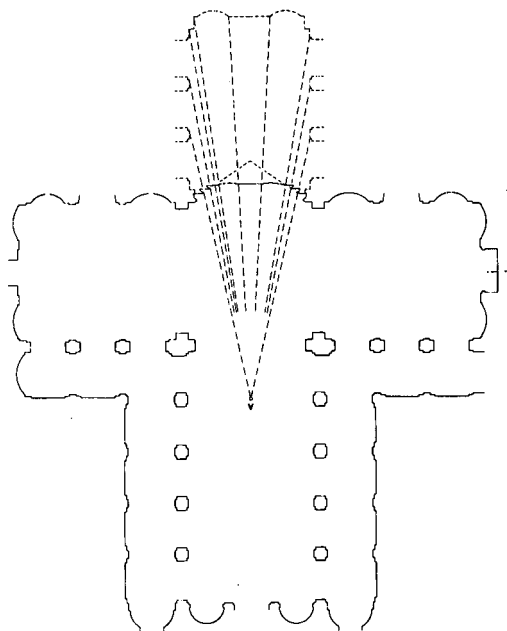


Fig. 23

circumstància. La gran eficàcia de moltes architectures escenogràfiques, de les quals analitzarem dos dels exemples més brillants, es fonamenta en els coneixements de perspectiva que tenien els seus autors. A causa de l'ambigüitat de la perspectiva, el concepte de piràmide visual és suficient per aconseguir un bon resultat, sense que calgui l'acompliment de l'homologia espacial entre la forma real i la forma virtual. No obstant això, considerem que és interessant de comparar el parell de casos analitzats amb els resultats d'una aplicació del concepte d'homologia.

### El fals presbiteri de *Santa Maria presso San Satiro* a Milà

Un dels exemples més famosos d'arquitectura escenogràfica fou el *falso coro*, o fals presbiteri, construït per Donato Bramante (1444-1514) a l'església de *Santa Maria presso San Satiro* de Milà (1482). El visitant, quan entra al temple i s'hi va endinsant per la nau central, es pensa que es troba en un edifici de planta en forma de creu llatina, mentre que en realitat la planta té forma de T. La fig. 23 mostra la planta del temple, en la qual s'ha diferenciat amb línia discontinua la part que ocuparia el fals presbiteri, és a dir, el que el visitant es pensa que veu quan mira des d'una posició centrada, com la indicada per V. En realitat es tracta d'un hàbil engany visual, aconseguit en un espai de molt poca profunditat i dissenyat d'acord amb el principi de respectar la piràmide visual que correspondria a un hipotètic presbiteri prèviament definit per l'arquitecte.

Contràriament als casos d'escenografia teatral, que requereixen un espai físic suficient per al moviment dels actors, el cas que ens ocupa té l'exclusiva finalitat

de crear una il·lusió de profunditat, anàlogament a allò que passa amb els “enganyats pictòrics” o *trompe-l'oeil*, però resolt en termes volumètrics. Es tracta d'una forma que pot considerar-se arquitectònica per la temàtica i per les dimensions d'amplada i d'alçada, però amb una forta deformació a causa de la poca fondària, fins al punt que és a mig camí entre un relleu escultòric i un espai pròpiament arquitectònic. Tot i això, la impressió de profunditat que produeix, contemplada des d'una posició adient, és extraordinària, com mostra la fotografia de la fig. 24, presa des de l'eix de l'església. Des d'aquesta posició, sembla que la nau es prolongui més enllà del transsepte en una longitud equivalent a tres trams de la nau real, com es desprèn dels tres arcs que el visitant interpreta com si fossin de mig punt, pel fet que ho són els del temple. La magistral disposició dels cassetons de l'aparent volta cilíndrica i la profusa ornamentació arrodoneixen l'efecte.

Contràriament, la fotografia de la fig. 25 és presa des d'una posició lateral molt propera al tema i palesa la gran deformació dels elements, de manera que la forma aparentment cilíndrica de la volta ara es manifesta sensiblement cònica. Els presumptes arcs de mig punt són sorprenentment estrets i el conjunt té una fondària que no ultrapassa els 140 cm. La fig. 26 reproduceix una làmina dibuixada per Blake<sup>5</sup>, amb la secció per l'eix i el semialçat, amb escala gràfica.

Partint de dades gràfiques dels treballs de Blake i de Robbiani<sup>6</sup>, proposem la deducció geomètrica de les línies fonamentals del fals presbiteri, per tal de comparar-ne el resultat amb la realitat construïda per Bramante. Plantegem una síntesi geomètrica molt simplificada, representada en les tres projeccions dièdriques de la fig. 27, corresponents a l'espai virtual o fals presbiteri. S'han evitat tots els elements decoratius i s'ha substituït el cassetonat de la volta per una simple xarxa de generatrius i de circumferències. El punt de vista s'ha pres d'acord amb la proposta de Robbiani.

A la fig. 28 es determina la forma homòloga de la virtual, prenent com a pla central **CC'** el pla de l'arc frontal més proper al punt de vista i fixant el punt **b, b'**, com a homòleg de **bb'**, d'acord amb la fondària real disponible. D'això es dedueixen tots els punts del conjunt, per exemple **a, a'**, que és homòleg de **aa'**, resultant **kk'**

<sup>5</sup> BLAKE, Jeremy. *La "falsa prospettiva" in Italian Renaissance Architecture*. Measured, drawn & presented by J. Blake. Boston: Oriol, 1982.

<sup>6</sup> ROBBIANI, Eros. «La verifica costruttiva del “finto coro” di S. Maria presso S. Satiro a Milano», a DALAI EMILIANI, Marisa (ed.): *La prospettiva rinascimentale. Codificazioni e trasgressioni*. Florència: Centro Di, 1980, p. 215-231. A les figs. 1 i 3, Robbiani determina la posició del punt de vista que correspon a l'obra de Bramante, segons l'autor, i formula una proposta de planta i de secció del fals presbiteri. Parteix d'una planta, d'un alçat i d'una secció de l'obra real que, comparats amb els publicats per Blake, presenten certes diferències mètriques. Com que els dibuixos de Blake són a major escala, aproximadament 1:31, i tenen més detall que els adoptats per Robbiani, per a la construcció de la nostra fig. 31 (a) hem partit de les dades de Blake. Però com que la publicació d'aquest autor es limita als plànols de l'obra realitzada, per a la restitució del presbiteri fictici, en canvi; hem pres les dades de Robbiani.



Fig. 24

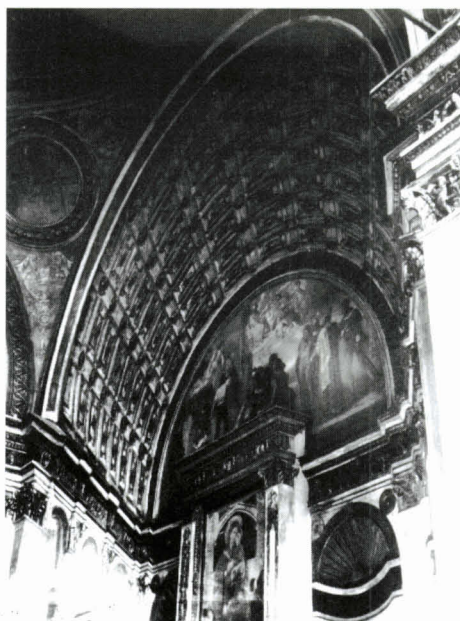


Fig. 25

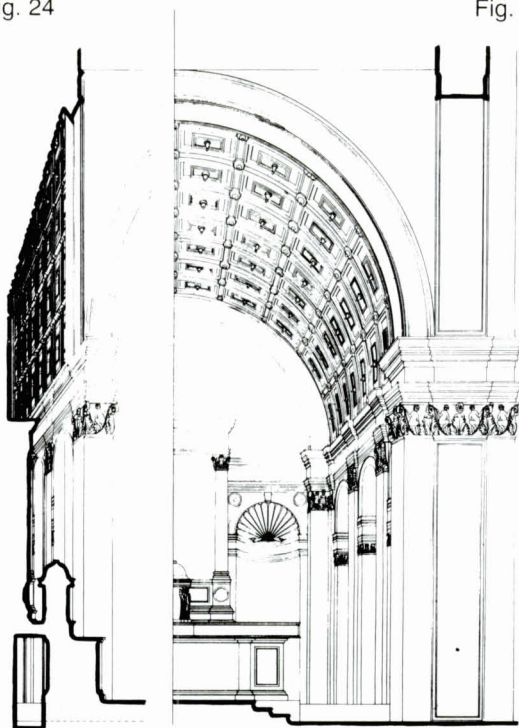


Fig. 26



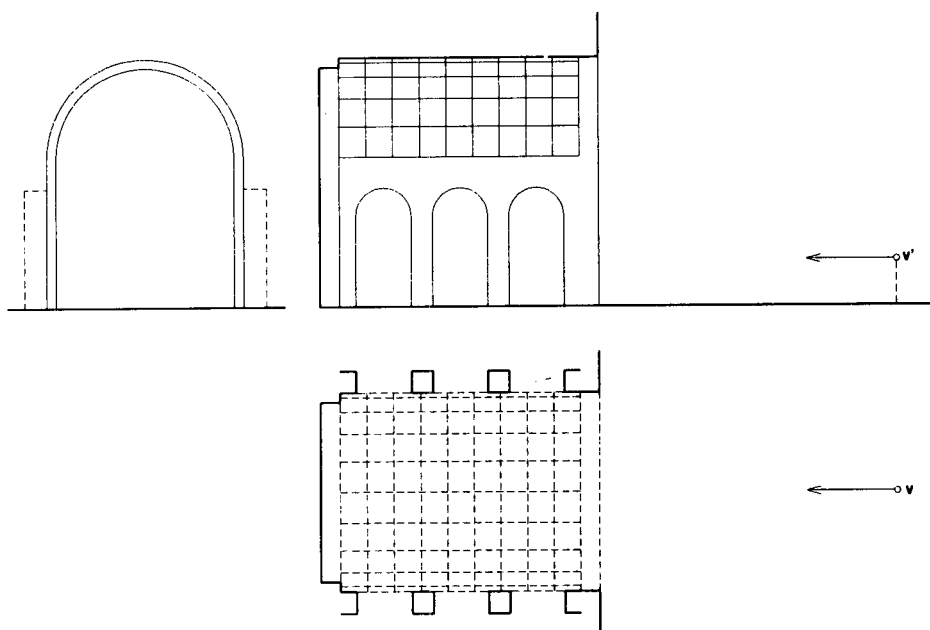


Fig. 27

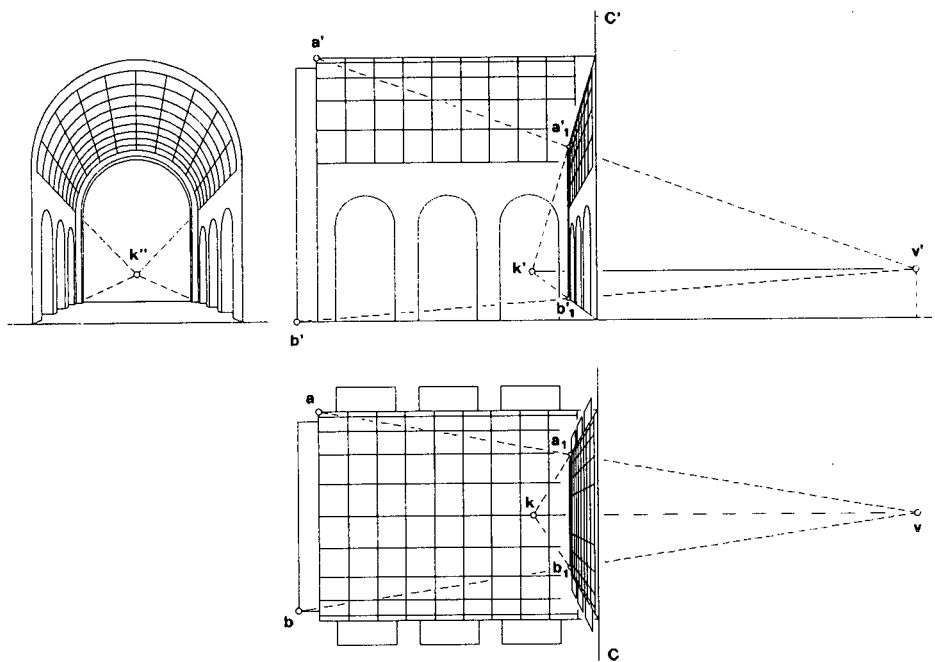


Fig. 28

homòleg del punt impropri de la direcció de profunditats de la forma virtual (punt límit). En conseqüència, **kk'** és el vèrtex d'un con al qual pertany la superfície homòloga de la semicilíndrica fictícia, de manera que les línies que sintetitzen el cassetonat són generatrius i semicircumferències d'aquest con. Les semicircumferències dels arcs laterals es converteixen en porcions d'el·lipse, decreixents a mesura que s'aproximen a **kk'**.

La fig. 29 resumeix el procés en una axonometria que permet de comprovar la correspondència entre dos punts qualssevol **A** i **A'**, com també la posició del vèrtex **K** del con, al qual concorren totes les línies de profunditat. La superfície de la volta resultant és una porció de tronc de con delimitada per dues semicircumferències i per dues generatrius. El paviment és inclinat cap al punt de vista, igual que a les figs. 11, 12 i 13.

A la fig. 30 hi ha dibuixats els resultats perceptius corresponents a diferents posicions del punt de vista. A **(a)** hi ha la planta i l'alçat deduïts a la fig. 28 i s'hi pren un punt **aa'** de referència per a les següents comparacions, que es concreten en quatre perspectives obtingudes des de punts de vista diferents, tots a la mateixa alçada, i considerant sempre el pla del quadre en la posició **C**. El dibuix **(b)** correspon a la perspectiva des del punt **v** considerat fins ara i manifesta que la perspectiva del punt **a** va a parar a **b'**, tal com mostra el raig visual **va**, que en planta talla **C** a **b**. A **(c)** la perspectiva ha estat construïda amb el punt de vista **v**, desplaçat cap a la dreta del pla de simetria i situat a la mateixa distància del tema que **v**, amb indicació de la posició **c'** ocupada per la perspectiva del punt **a**. La perspectiva **(d)** correspon al punt de vista **v<sub>2</sub>** centrat, però a meitat de la distància de **v** respecte a **C**, essent **d'** la posició que correspon al punt de referència **a**. Finalment, per a la perspectiva **(e)** s'ha desplaçat el punt de vista cap a la dreta fins a **v<sub>3</sub>**, tot mantenint la mateixa distància que en el cas precedent, amb el resultat que **e'** és la perspectiva d'**a**. A cadascun dels casos, la part superior de cada figura és una perspectiva, excepte a **(a)**, que és un alçat.

Totes quatre perspectives responen satisfactòriament a la sensació perceptiva que s'obtingria si es contemplés el presbiteri virtual des del corresponent punt de vista, tot palesant l'eficàcia visual del *falso coro*. Aquests resultats poden fer-se extensius, en termes generals, a les sensacions perceptives que experimenta el visitant quan es mou per l'interior del temple, de manera que tan sols s'adona de la magnitud de l'engany quan s'apropa molt a l'altar, o quan es desplaça a posicions molt obliqües.

La fig. 31 compara la forma global de la secció publicada per Blake amb la que hem obtingut a la fig. 28. A **(a)** s'han pres les línies principals de la secció reproduïda a la fig. 26. El relleu **m** representa la motllura que emmarca l'arc frontal i han estat prolongades les rectes corresponents al cassetonat. Podem comprovar que no convergeixen en un punt únic, contràriament que a **(b)**, de manera que la forma real no és exactament troncocònica, segons el dibuix de Blake, però això no repercuteix sensiblement en el magnífic efecte il·lusori de l'obra. El mateix

fenomen també és constatable als arcs laterals. La presència de l'altar en la secció de Blake impedeix de veure l'arc més petit, però els altres dos es poden comparar amb les formes el·líptiques deduïdes de l'homologia. La similitud és considerable i la seva eficàcia molt contundent.

### La Galeria del *Palazzo Spada* de Roma

La «galeria» amb volta flanquejada per columnes que Francesco Borromini (1599-1667) construí al *Palazzo Spada* de Roma (1652) aconsegueix una extraordinària sensació de profunditat en una longitud real molt discreta i esdevé, amb tota justícia, l'exemple més famós d'arquitectura escenogràfica del període barroc. A diferència del *falso coro* milanès de Bramante, la galeria romana permet ser recorreguda fins al fons, culminat per una estàtua damunt del seu pedestal. Quan el visitant se situa en posició centrada davant de l'arc inicial, a una distància que li permeti d'abastar visualment tot el conjunt (fig. 32), es pensa que veu una profunda galeria, coberta amb volta semicilíndrica cassetonada i sostinguda per doble columnata. Al fons de tot, un cop acabada la galeria, veu un pedestal coronat amb una estàtua, que interpreta de grandària aproximadament natural. Les dimensions reals de les primeres columnes, l'entaulament i l'arc inicial de la galeria poden ser avaluats pel lector amb l'ajut de la figura femenina que hi apareix fotografiada. Partint dels dibuixos a escala publicats per Blake, l'alçada de l'ordre de columnes de primer terme és de 4,2 m i l'alçada de la clau de l'arc és de 5,7 m. El paviment, de peces presumptament quadrades, constitueix una referència que permetria avaluar la fondària aparent de la columnata en uns 15 m, pel cap baix<sup>7</sup>.

Si la referència humana es desplaça al fons de la galeria (fig. 33), l'efecte que en rep l'espectador és sorprenent. Tal com pot veure's a la fotografia, la figura humana sembla que s'hagi engegantit fins a tenir l'alçada de la columna veïna. La sorpresa culmina quan comparem l'alçada de la persona amb la grandària real de l'escultura, que és tan sols d'uns 70 cm, com mostra la fig. 34. Tot plegat és fruit de la gran habilitat de Borromini en el disseny i la disposició dels elements en grandària decreixent cap al fons.

La fig. 35, dibuixada segons dades extretes dels dibuixos publicats per Blake, mostra la planta i la secció longitudinal del conjunt, amb escala gràfica. El paviment és inclinat i la volta és constituïda per trams troncocònics pertanyents a un mateix con. Les columnes, malgrat la seva planta circular, no són formes de revolució, sinó que presenten les bases i els capitells convenientment deformats, per

<sup>7</sup>L'apreciació de la fondària a simple vista és força subjectiva. Si prenem com a referència l'especejament del paviment i suposem que es tracta de peces quadrades, s'obtenen uns quinze metres, però la simple sensació visual al marge d'altres consideracions pot suggerir una major profunditat. Segons Pierantoni, «Parece que el largo del pórtico sea de unos veinte metros» (cf. PIERANTONI, Ruggero. *El ojo y la idea. Fisiología e historia de la visión*. Barcelona: Paidós, 1980, p. 162).

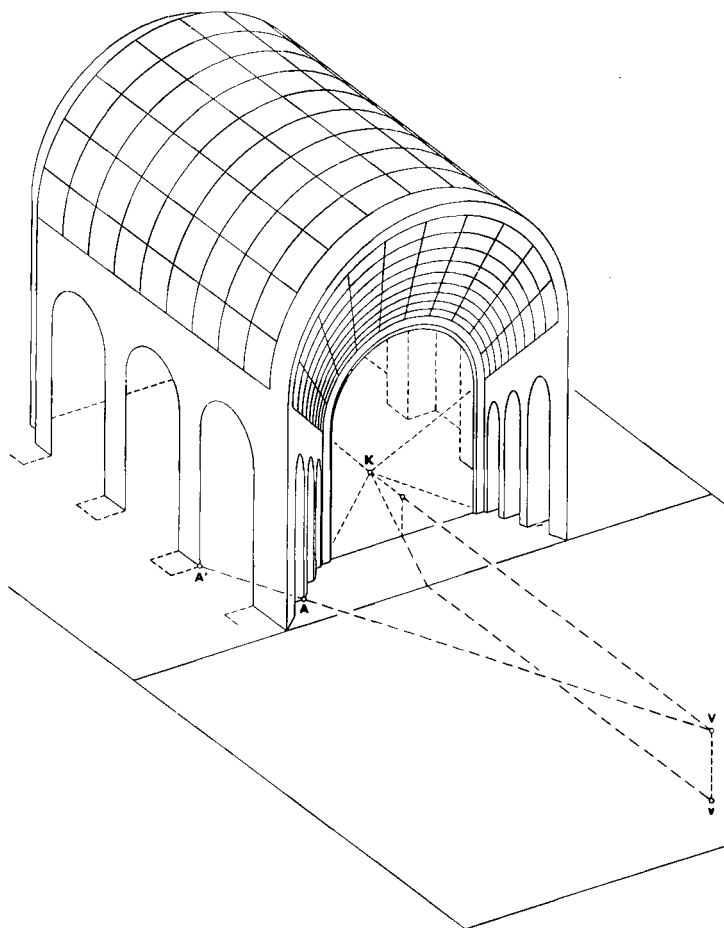


Fig. 29

tal d'acomodar-se a les alineacions expressades a la secció, la prolongació de les quals resulta convergent. La profunditat real de la galeria té poc més de 8,5 m.

Tot i això, la magistral obra de Borromini no s'ajusta estrictament al rigor geomètric absolut, com es dedueix de la mancada convergència de les diagonals del paviment en un punt únic, indicada a la planta. La convergència s'hauria de produir si, com sembla lògic, l'especejament té la finalitat de donar la impressió d'un paviment regular, independentment que les peces virtuals fossin quadrades o rectangulars. Fins i tot en aquest darrer cas, les peces rectangulars i iguals entre si tindrien diagonals paral·leles i, de resultes, les corresponents peces de la solució escenogràfica tindrien les diagonals convergents quan fossin prolongades.

Per tal d'establir la comparació entre la solució adoptada per l'arquitecte i la forma que resultaria d'aplicar el concepte d'homologia exposat abans, proposem una simplificació de la galeria virtual, dibuixada a la fig. 36. És constituïda, simplement, per dues columnates paral·leles, amb quatre agrupaments de tres columnes per banda i una volta semicilíndrica contínua. Hem prescindit de les sego-

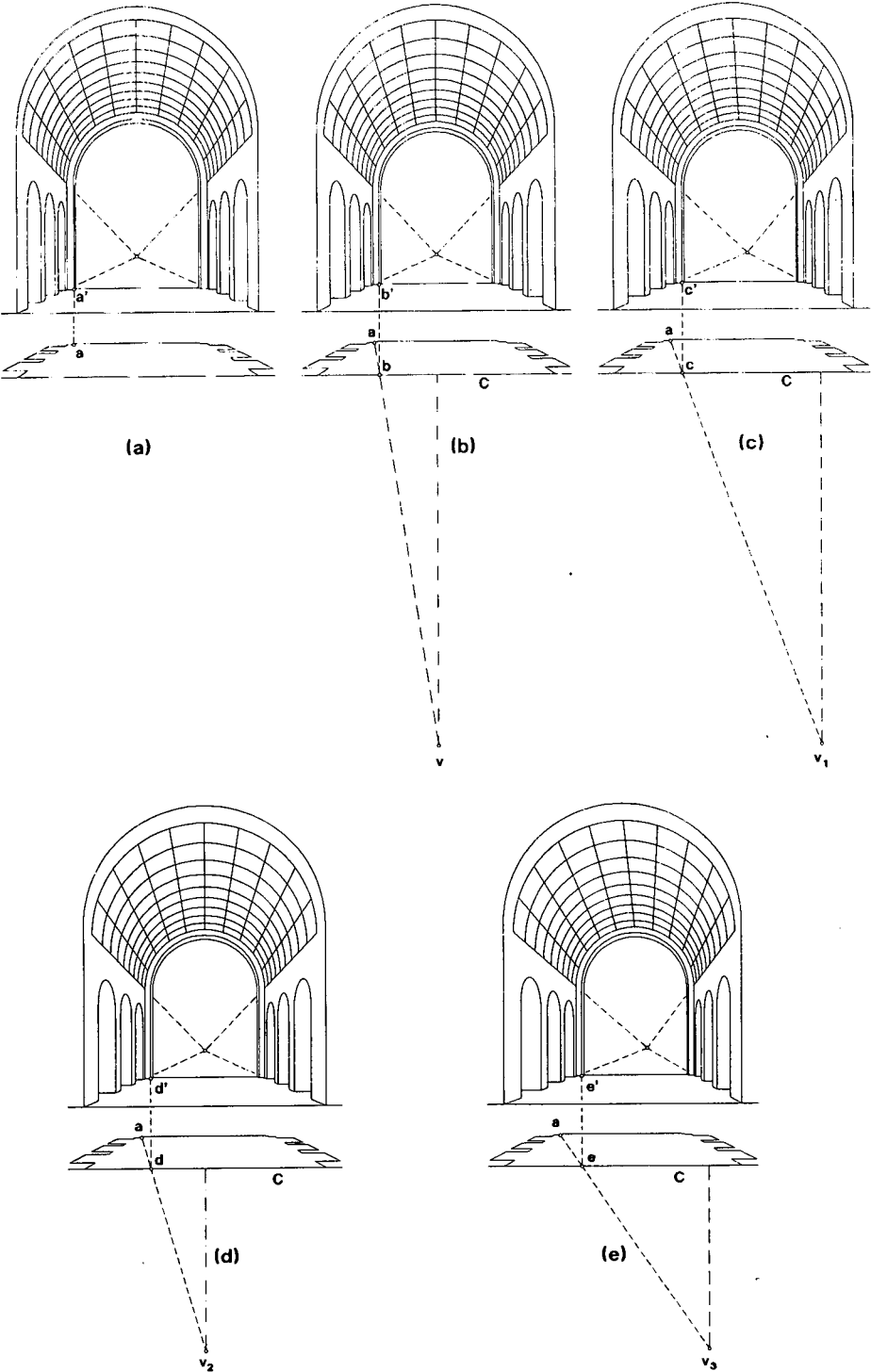


Fig. 30

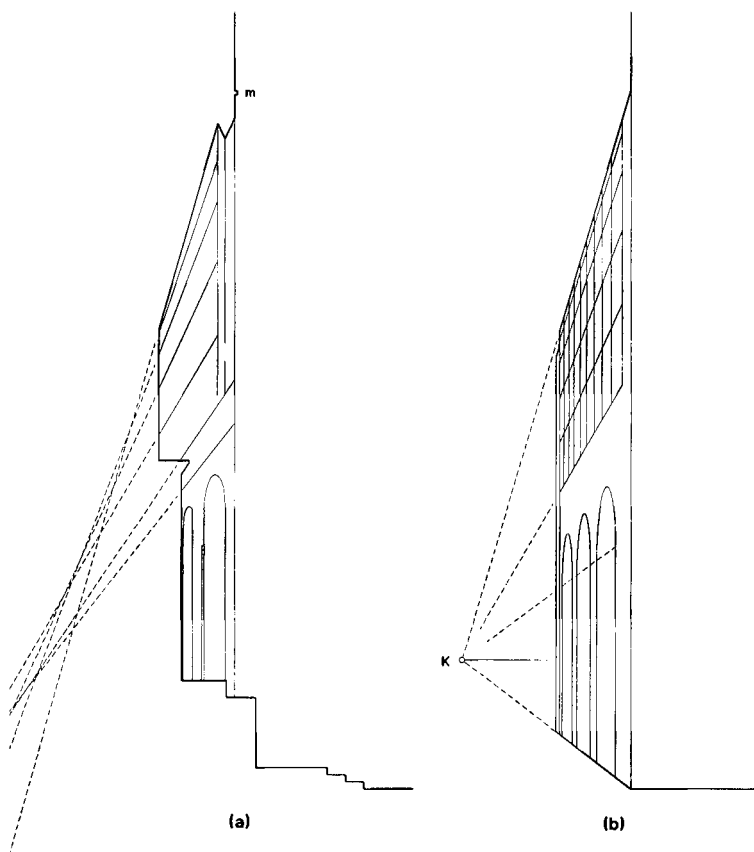


Fig. 31

nes columnes a les disposicions aparellades reals, dels cassetons i de la resta d'elements ornamentals, tot sintetitzant les bases i els capitells en els seus volums fonamentals. La forma proposada pretén ser una simple evocació geomètrica de la galeria borrominiana, ja que això és suficient per al nostre propòsit. Hem fixat el punt de vista  $vv'$  al pla de simetria i hem assenyalat tres columnes  $C_1$ ,  $C_6$  i  $C_{12}$  situades en tres termes diferents de profunditat per tal d'exposar els traçats geomètrics.

Independentment de la profunditat real de l'escenografia, plantejem el problema geomètric de manera general (fig. 37), fixant una fondària arbitrària  $m$ , que ha de produir la sensació de profunditat  $M$  quan l'espectador se situa a  $vv'$ . Prenent com a pla central  $C$  aquell que conté el frontis de l'arc més proper al punt de vista, el punt homòleg d' $A$  és  $a$ , del qual es dedueix el punt límit  $tt'$  homòleg del punt impropri de la direcció de profunditats. Al punt  $tt'$  concorren les línies de profunditat de la forma buscada. Per tal de simplificar les figures, a l'alçat esquerre hem suprimit les columnes i ens hem limitat a dibuixar-hi els àbacs dels capitells  $C_1$ ,  $C_6$  i  $C_{12}$ .



Fig. 32



Fig. 33



Fig. 34

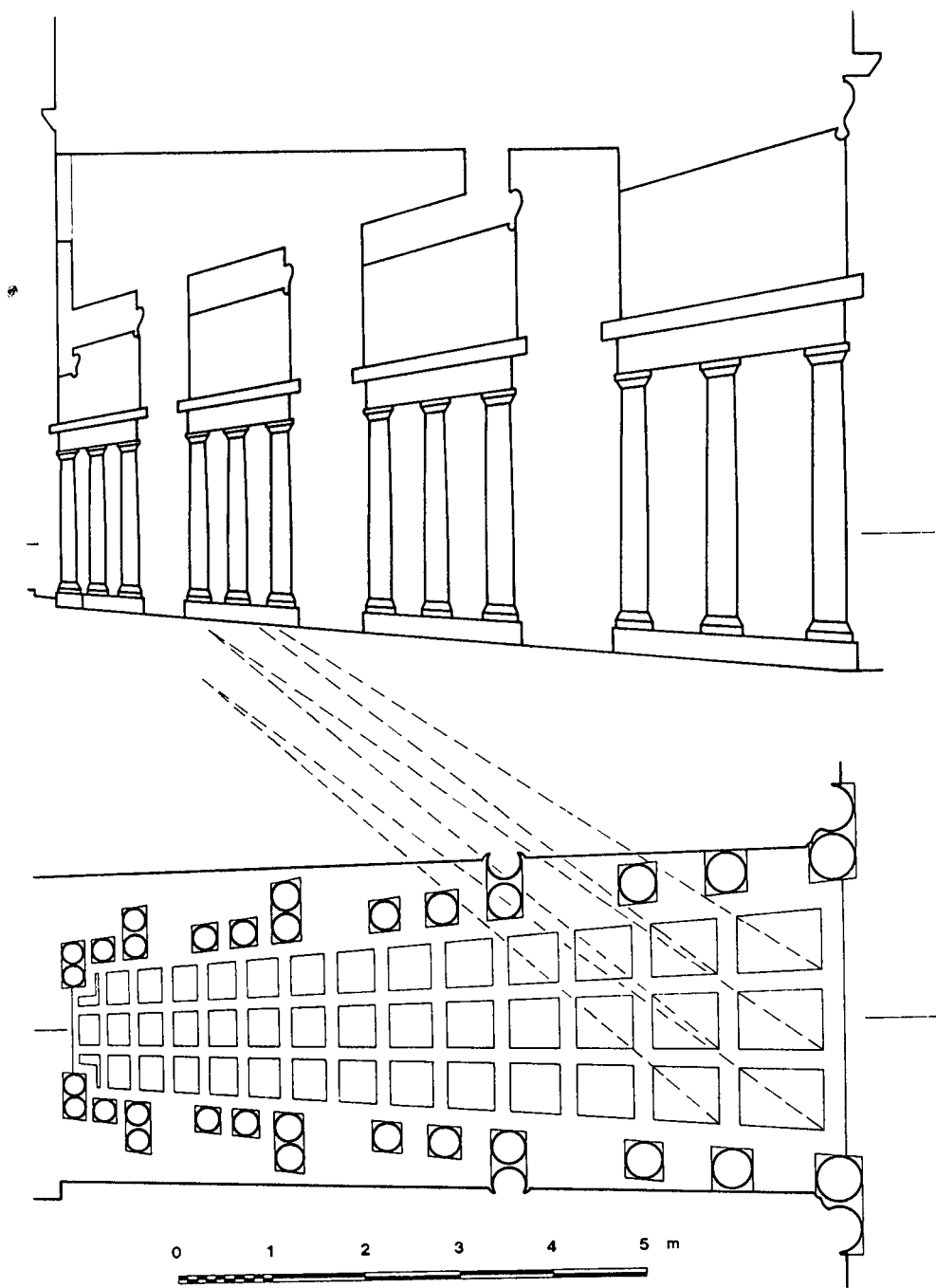


Fig. 35



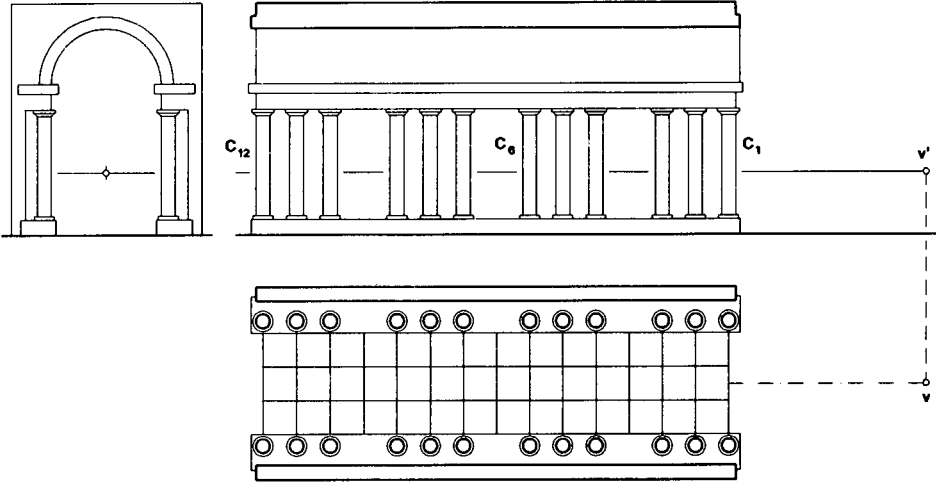


Fig. 36

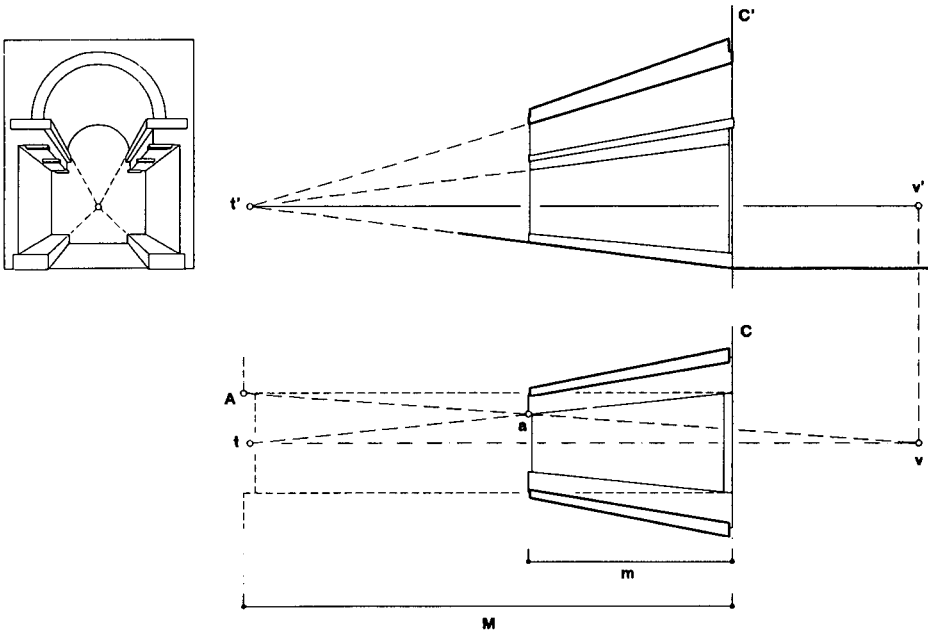


Fig. 37

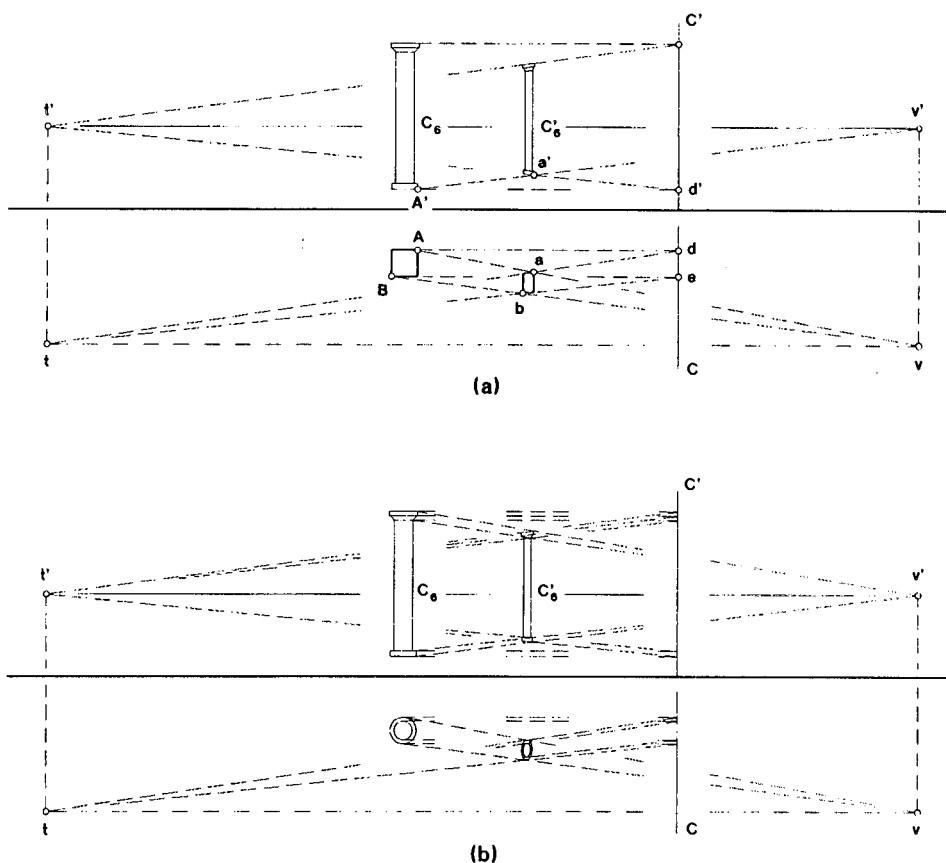


Fig. 38

A la fig. 38 s'explica el mètode per determinar la forma real de la columna virtual  $C'_6$ , generalitzable a les restants. En una fase prèvia (a) es considera una forma de planta quadrada de vèrtexs  $A$  i  $B$ , envoltent de la base circular, amb dos costats paral·lels al pla central. La seva homòloga és una forma de planta trapezoidal de vèrtexs  $a$  i  $b$ , determinats com a intersecció de les rectes  $td$  i  $te$  amb  $va$  i  $vb$ , respectivament, tal com es dedueix de les propietats descrites abans per a la homologia. La posició en alçat, indicada únicament pel punt  $a'$  per tal d'evitar acumulació de línies, es determina com a intersecció de  $t'd'$  amb  $v'A'$ . De la mateixa manera es construeixen els trapezis homòlegs dels quadrats circumscrits a les circumferències restants. Un cop obtingut cada trapezi en planta, la figura homòloga de la circumferència inicial resulta una el·lipse, que es pot construir sense dificultat. Aquí, per tal d'abreujar, n'ometem el traçat. A (b) hi ha l'esquema de la relació homològica entre les circumferències i les el·lipses que constitueixen la planta, com també la relació corresponent a l'alçat.

A la fig. 39 (a) s'hi han representat les plantes i els alçats de la columna virtual  $C$  i de les columnes reals  $C'_1$ ,  $C'_6$  i  $C'_{12}$  deduïdes, totes a la mateixa escala. Obser-

veu la vertiginosa reducció de grandàries que en resulta, segons la posició de cada columna. A **(b)** hi ha dibuixats els eixos de les el·lipses corresponents a les projeccions horitzontals de les bases de les columnes. S'hi pot comprovar com varien les direccions dels eixos segons la posició de cada columna.

La fig. 40 mostra la planta i la secció longitudinal de la forma resultant, mentre que a la fig. 41 es comparen les dues semiplantes corresponents a la forma virtual i a l'obtinguda. Finalment, la fig. 42 representa la perspectiva des del punt de vista escollit, tant de la forma fictícia com de la forma real obtinguda, pel fet que la piràmide visual és la mateixa per a totes dues. Si es compara amb les fotografies de les figs. 32 i 33, el resultat s'hi assembla, llevat, òbviament, de les simplificacions adoptades en aquest estudi geomètric.

En canvi, si es compara la planta de la galeria construïda per Borromini (fig 35) amb la planta de la figura que és resultat de la nostra proposta (fig. 40), es pot comprovar que aquesta darrera té una longitud proporcionalment menor que no pas l'altra. Això és degut a la profunditat **m** assignada a la fig. 37, que és arbitrària i no pretén emular la profunditat real, sinó només arribar a una conclusió genèrica. Si es prengués una fondària major, el punt **tt'** s'allunyaria del punt de vista **vv'** i portaria a una forma menys *accelerada*<sup>8</sup>. Si, al contrari, es prengués una profunditat menor, el punt **tt'** s'aproximaria al punt de vista i portaria a una forma més *accelerada*. La seqüència de resultats seria equivalent a la que hem comentat per a les figs. 11, 12 i 13. Per a totes les variants de longitud **m**, la sensació perceptiva des del punt de vista escollit seria la mateixa, tot i les diferents profunditats de les formes considerades.

La solució adoptada per Borromini per a les columnes, de secció circular i motllures obliqües, és, dins la seva complexitat, més senzilla de construir que no pas l'el·líptica obtinguda per homologia. D'altra banda, és d'una gran eficàcia, com pot constatar tot visitant. Fou possible aplicar-la degut a la profunditat real de la galeria, la qual, tot i ser molt menor que no pas la profunditat aparent, és suficient per permetre la ubicació de les columnes. En un cas més forçat, amb una profunditat molt menor, seria impossible utilitzar-hi columnes circulars, perquè no hi hauria prou espai material per encabir-les. Això és el que passaria a la nostra proposta si es volguessin respectar els agrupaments de columnes de tres en tres, com es desprèn de la planta de la fig. 40: si les columnes de l'esquerra fossin circulars, no hi cabrien, a causa de l'amplada que tenen d'acord amb la direcció

<sup>8</sup> La denominació *arquitectura accelerada* al·ludeix als casos escenogràfics que, com el fals presbiteri de Bramante o la columnata de Borromini, produeixen una sensació de profunditat major que la real gràcies a la convergència dels seus elements. Anàlogament, es parla d'*arquitectura decelerada* en el cas contrari, per exemple en la disposició que Miquel Àngel donà al Campidoglio romà, de planta trapezial amb costats divergents, de manera que el visitant, en arribar al cim de l'escalinata d'accés, percep la plaça d'una profunditat menor que la real. Un efecte similar es produeix a la galeria del *Palazzo Spada* quan es mira en sentit invers al normal, des del final, on hi ha l'estàtua.

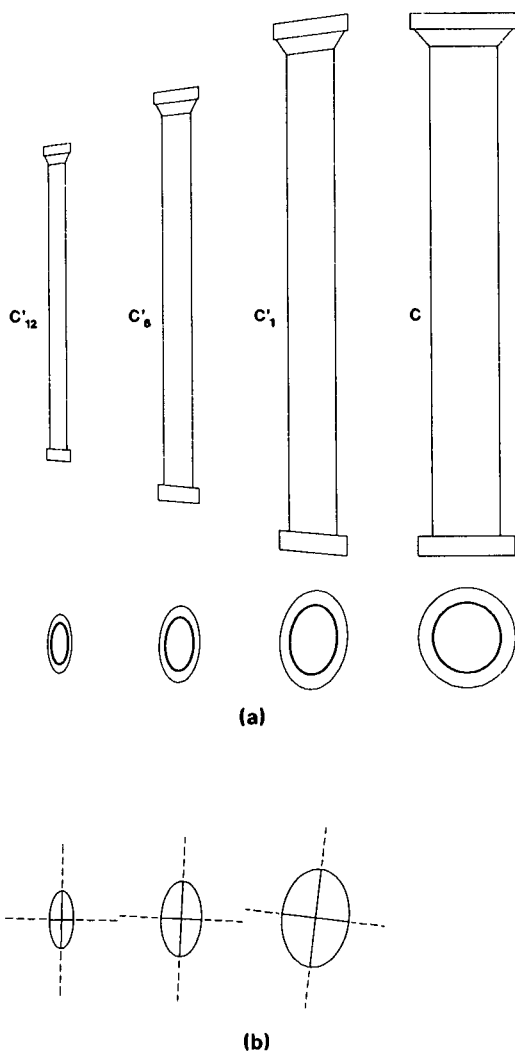


Fig. 39

transversal de la galeria. En aquest cas, la secció el·líptica resol el problema.

Un exemple real d'aquest supòsit es produeix al *Teatro Olimpico* de Vicenza, obra d'Andrea Palladio (1508-1580) i de Vincenzo Scamozzi (1552-1616) inaugurada l'any 1585. El *Teatro* és famós, entre d'altres raons, pel seu escenari fix, que en un espai reduït aconsegueix notables efectes de profunditat. Mostra als espectadors diversos carrers que desemboquen a l'escenari i que en realitat són uns passadissos d'amplada decreixent flanquejats per edificis fingits de fusta pintada. Un dels carrers representa un temple amb sis columnes de secció sensiblement el·líptica, com es pot comprovar a la planta de la fig. 43, segons un dels

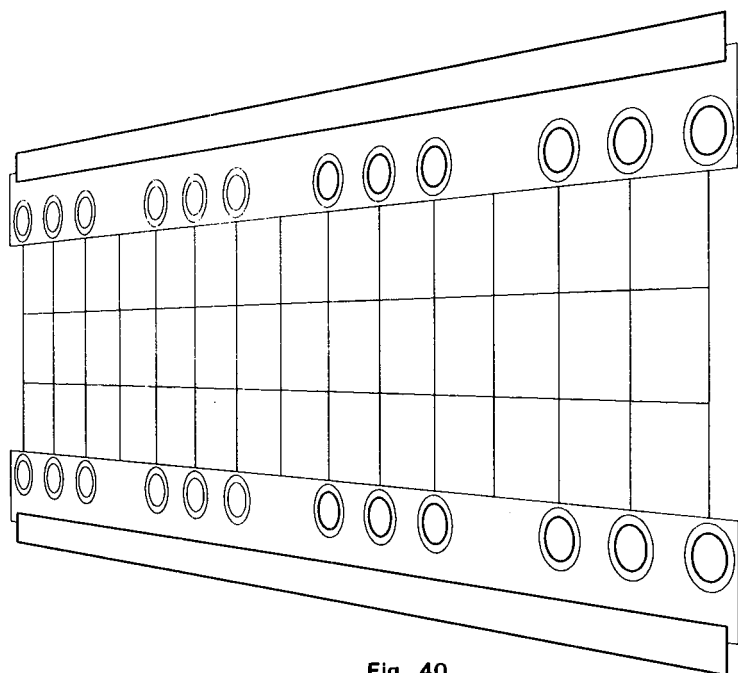
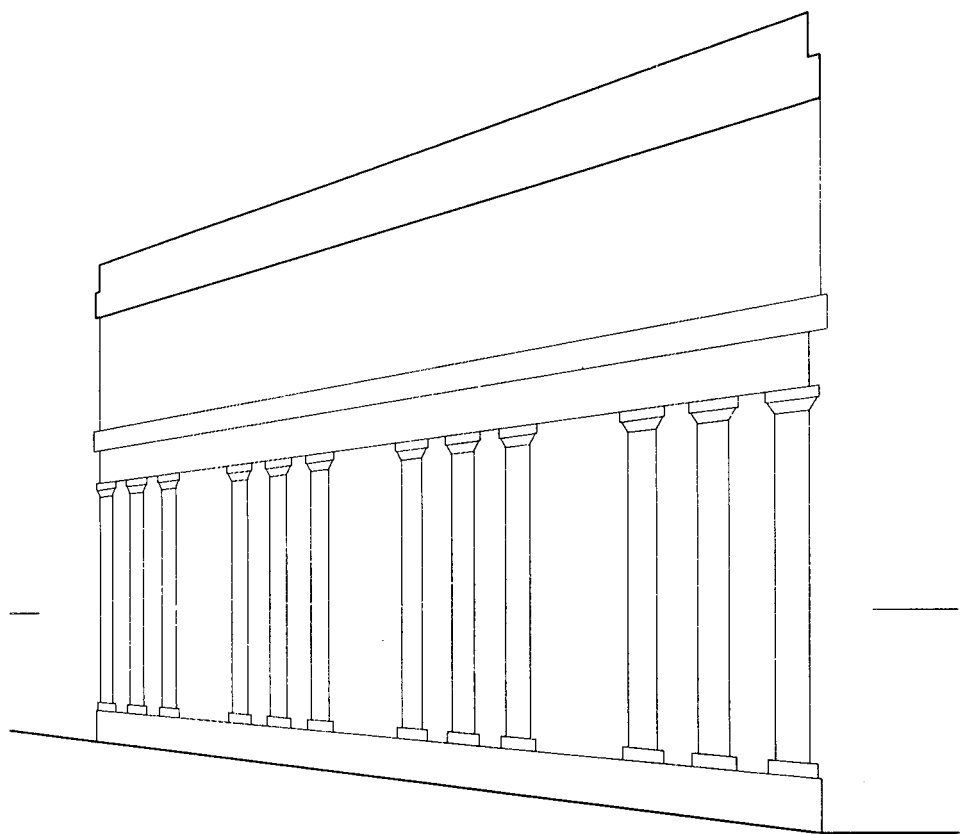


Fig. 40

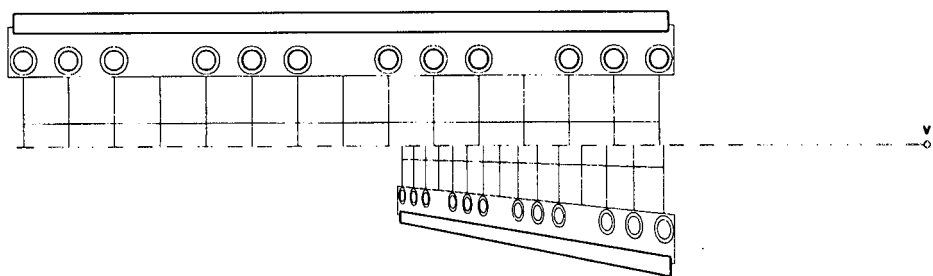


Fig. 41

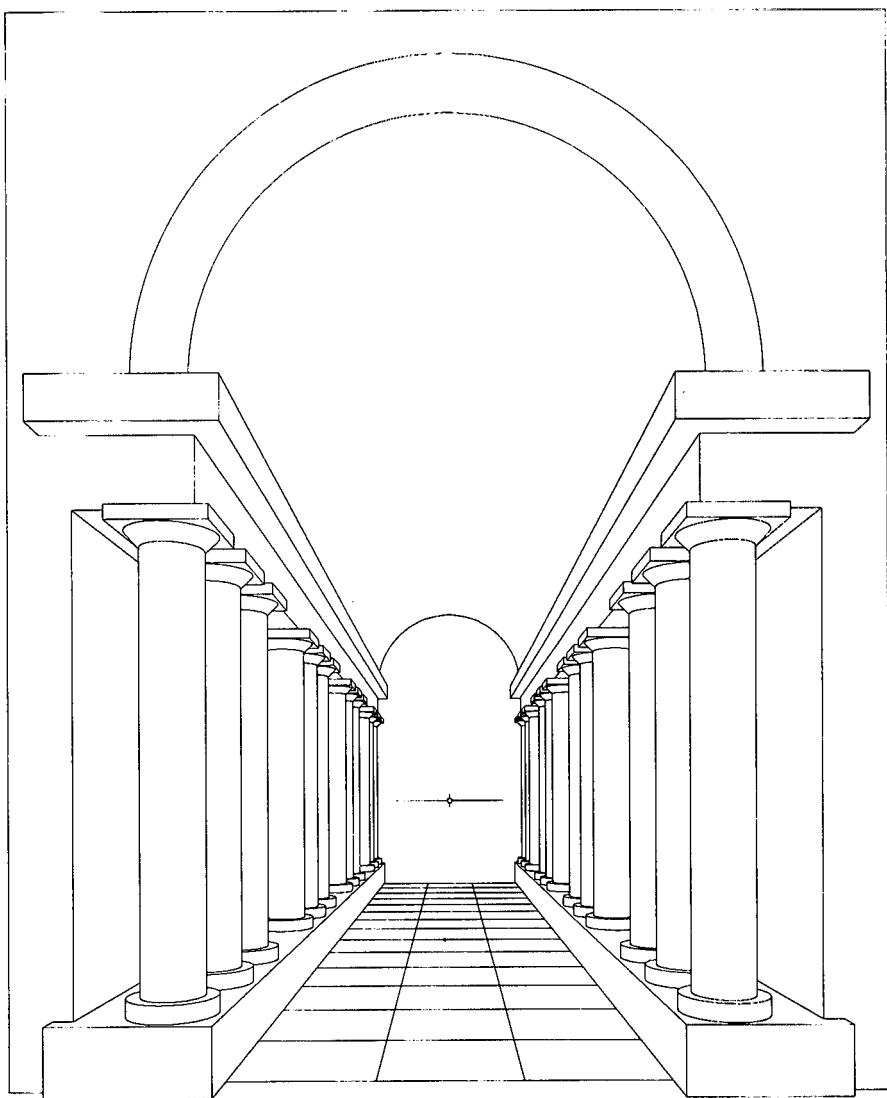


Fig. 42

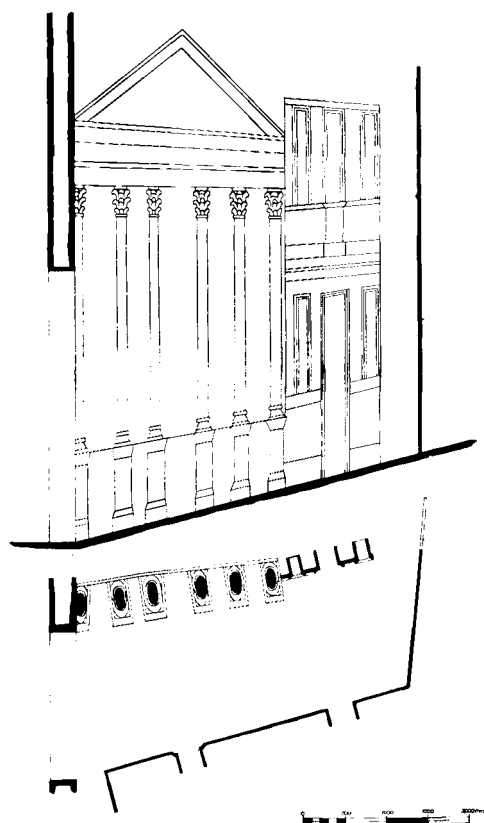


Fig. 43

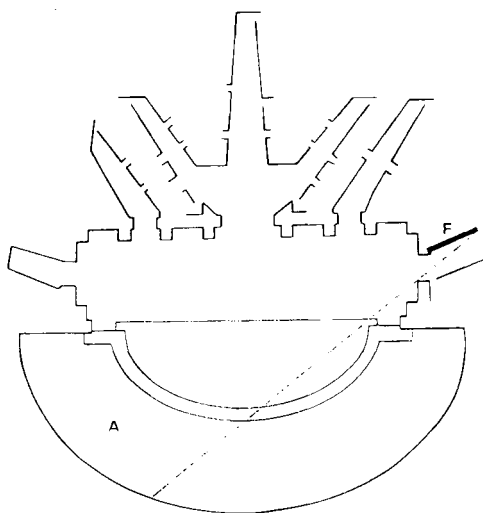


Fig. 44

dibuixos de Blake. La fig. 44 indica la posició **F** ocupada a l'escenari del teatre per la façana fingida. Degut a la seva ubicació, només és vista pel públic de l'esquerra de la graderia, al sector **A** delimitat per la línia discontinua. A l'alçat de la fig. 43 es pot comprovar l'elevat grau de deformació de les columnes, que resulten exageradament primes, però en canvi, des de la posició obliqua en què són vistes pel públic, fan l'efecte desitjat.

L. Villanueva  
Universitat Politècnica de Catalunya

### RESUMEN

Debido a la ambigüedad de las proyecciones, una misma perspectiva puede corresponder a infinitas formas tridimensionales dispuestas en la misma pirámide visual. Un ejemplo interesante para experimentos perceptivos lo constituye la *cámara de Ames*, que se describe y analiza geométricamente. La arquitectura escenográfica también se basa en la ambigüedad de la perspectiva. Ello permite diseñar formas que, contempladas desde el

lugar adecuado, aparentan tener profundidad mucho mayor que la real. La geometría permite establecer una relación de homología entre la forma real y la virtual, que en este trabajo se aplica a un estudio geométrico de dos ejemplos arquitectónicos, el falso presbiterio de Bramante en *Santa Maria presso San Satiro* de Milán y la Galería del *Palazzo Spada* que Borromini construyó en Roma.

### ABSTRACT

Due to the ambiguity of the projections, the same perspective may correspond to many three-dimensional objects fitted in the same visual pyramid. The Ames room, which is geometrically analysed and described is an interesting example for perceptive experiments. The scenographic (or illusionistic) architecture is also based on the perspective ambiguity. So, when three-dimensional objects are seen from a appropriate point of view they seem to have more depth than they have in reality. Geometry allows to establish a homological relationship between real and virtual objects. The false presbytery of Bramante at Santa Maria presso San Satiro in Milan and the gallery at Palazzo Spada of Borromini are geometrically analysed in this article. This analysis is based on homological principles applied to visual perception.